A C T A   U N I V E R S I T A T I S   L O D Z I E N S I S
FOLIA PHILOSOPHICA 5, 1988
https://doi.org/10.18778/0208-6107.05.05

Max Urchs

O FORMALIZACJI ZWIĄZKU PRZYCZYNOWEGO[1]

I

Zastosowanie metod matematycznych w poszczególnych naukach jest możliwe dopiero wówczas, gdy język tych nauk spełnia pewne warunki formalne. Próbą takiej formalizacji zajmuje się logika formalna. Punktem wyjścia może być podanie odpowiedników dla podstawowych spójników języka, takich jak "nie", "lub" itd. Szczególne trudności nastręcza spójnik "jeśli..., to...". W pewnym sensie implikacja "klasyczna" (bądź też "materialna") może służyć jako jego formalizacja. Zbliża się ona do intuicyjnego znaczenia spójnika co najwyżej w języku matematyki.

Czasami zarzuca się implikacji klasycznej, że nie potrafi wyrażać związków przyczynowych. Już nieraz wykazano, iż zarzut ten nie jest usprawiedliwiony. Niezależnie od tego istnieje problem, jak ujmować tego typu związki w ramach logiki formalnej, co więcej jest to problem o rosnącym znaczeniu. Aby znaleźć lepsze odpowiedniki spójnika "jeśli..., to..." wypracowano szereg implikacji nieklasycznych. Poprzez poszczególne ścisłe implikacje logiki modalnej oraz mocne implikacje Ackermann´a uzyskano znacznie lepsze przybliżenia intuicyjnego rozumienia tego związku.

Ale i te implikacje nie są w stanie wyrazić związków przyczynowych. Każda z nich spełnia np.: następujący schemat ($\to$ symbolizuje implikację klasyczną):

1) $(p > \neg q) \to (q > \neg p)$

Możemy p odczytać jako "pada deszcz" a q jako "ulica jest sucha". Zakładamy teraz, że strzałka > symbolizuje formalny związek między przyczyną a skutkiem. Wtedy zdanie 1) przyjęłoby formę:

[1] Serdecznie dziękuję mgr Zofii Łukszo za cenną pomoc przy opracowaniu polskiego tekstu.

"Jeśli to, że pada deszcz jest przyczyną tego, że ulica nie jest sucha, to to, że ulica jest sucha powoduje, że nie pada deszcz". Jest to z pewnością fałszywe, gdyż fakt, że nie pada deszcz, ma inną przyczynę aniżeli suchą ulicę.

Chcąc sformalizować związki przyczynowe trzeba zatem szukać nowej implikacji. Do tego potrzebny jest po pierwsze odpowiednio bogaty język $\mathbb{L}$. W tym języku $\mathbb{L}$ definiuje się rachunki, które pozwolą na bliską intuicji formalizację związków przyczynowych.

Z pewnych względów, o których później będzie mowa, wydaje się sensowne semantyczne określenie takich rachunków w języku $\mathbb{L}$, tzn. określa się rachunek $\mathbb{T}$ jako zbiór tautologii pewnej klasy modeli $\mathbb{K}$. W $\mathbb{K}$ trzeba zdefiniować co najmniej dwuargumentową relację, której odpowiednik w $\mathbb{L}$ uzyska w $\mathbb{T}$ takie własności, jakich oczekuje się od sformalizowanego związku przyczynowego. Sciślej mówiąc spójnik zdaniotwórczy z $\mathbb{L}$, odpowiadający relacji, musi zastępować intuicyjne pojęcie związku przyczynowego we wszystkich ważnych kontekstach. Własności, które powinna posiadać relacja są przeto ustalone poprzez własności pojęcia intuicyjnego.

Ze względu na filozoficzny ciężar problematyki przyczynowości nie jest zaskoczeniem, że wśród filozofów nie powstały jednomyślne definicje związku przyczynowego lub związku pomiędzy przyczyną a skutkiem. Z całą pewnością taki stan rzeczy utrudnia definicję interesującej nas relacji.

Co do niektórych punktów stanowiska filozofów są jednak zgodne. Przede wszystkim relacja nie może być symetryczna. Bardzo często odrzuca się, według zasady "nihil est causa sui", również i zwrotność relacji. W przypadku przechodniości trzeba wyraźnie rozróżniać ogólny związek przyczynowy od związku pomiędzy przyczyną a skutkiem. W związku z ewentualną przechodniością powstaje również problem czy zdarzenie może posiadać kilka przyczyn, względnie przyczynę, składającą się z kilku członów alternatywnych. W tej kwestii poglądy bywają różne.

Niech dalej $>$ będzie odpowiednikiem szukanej relacji w $\mathbb{L}$, a $\rightarrow$ implikacją klasyczną. Można wtedy podać długą listę schematów niepożądanych:

1) $(p > q) \rightarrow (\neg q > \neg p)$,

2) $(p > q) \rightarrow (p \wedge r > q)$,

3) $(p > q) \vee (q > p)$,

4) $(p \rightarrow q) \rightarrow (p > q)$,

5) $p \wedge q \rightarrow (p > q)$ i dużo innych.

Zwraca uwagę, że nie ma prawie wcale kryteriów pozytywnych.

Możemy zaledwie żądać, aby relacja posiadała możliwie dużo własności spośród niezabronionych, aby w ten sposób utworzyć ciekawe wyrażenia w systemie formalnym.

W żadnym wypadku sama logika nie jest w stanie odkryć dalszych własności związku przycznowego. Przyczynowść zasadniczo nie może być przedmiotem jej badań. W tej sytuacji jedynym wyjściem wydaje się wypracowanie "miękkich" i "elastycznych" klas modeli, które zezwalają na daleko idące odmiany sformalizowanego związku przyczynowego.

Takie badania z pewnością wykraczają poza możliwości klasycznego rachunku zdań oraz (klasycznej) logiki modalnej. Wydaje się przeto uzasadnione określenie tej części nieklasycznej logiki zdań, która analizuje funktory reprezentujące związki przyczynowe w ich powiązaniu z funktorami klasycznymi, jako logiki przyczynowej.

Mimo że w historii logiki już od dawna istnieją zamierzenia formalizacji związku przyczynowego, to jednak logika przyczynowa powstała dopiero ok. 40 lat temu. Za prekursorskie dzieło dla tej tematyki można uważać pracę Bolzano "Aetiologie", zawierającą teorię powodu i następstwa[2].

Uczony wypracował bez specjalnej formalnej semantyki szereg stwierdzeń w postaci twierdzeń matematycznych oraz przeprowadził odpowiednio ścisłe dowody. Chociaż implikację przyczynową ujmował zbyt szeroko, to jednak jego sposób formalnego traktowania przyczynowości prowadzi w prostej linii do logiki przyczynowej, takiej jak opisana powyżej.

II

Do pierwszych publikacji z logiki przyczynowej należą prace Goodmann'a i Chisholm'a. Po nich następuje wielka liczba przyczynków do badania funktorów przyczynowych. Liczba publikacji w latach sześćdziesiątych wydaje się wskazywać na ciągle rosnące zainteresowanie tą problematyką. Po zmniejszaniu się ilości publikacji w latach siedemdziesiątych następuje kolejny wyraźny wzrost w ostatnim okresie. Główny nacisk położono na badania se-

---

[2] B. B o l z a n o, Aetiologie, [w:] Mathematische und philosophische Schriften 1810-1816, Hrsg. Jan B e r g, Frommann, Stuttgart 1977.

mantyczne. Nie jest to zaskakujące jeśli pamiętamy o nielicznych pozytywnych kryteriach dla funktorów przyczynowych, gdyż właśnie one by były "naturalnymi kandydatami" na aksjomaty ewentualnych systemów syntaktycznych.

Sporadycznie tylko podaje się systemy aksjomatyczne dla sformalizowanej relacji przyczynowej. W większości przypadków od aksjomatyki bardzo szybko przechodzi się do tego czy innego typu semantycznego. Próby te można zatem w pewnym stopniu przyporządkować poszczególnym podejściom semantycznym. Opiszemy teraz niektóre z tych podejść.

Rozważmy najpierw kierunek badań zapoczątkowanych przez Chisholm´a i Goodmann´a, znany jako "regularity analysis". Zdanie "Jeżeli przewrócę wiadro, to woda się wyleje" nie wyraża związku logicznego. Brakuje dodatkowych założeń, które powodują prawdziwość zdania, tak np.:

- w wiadrze znajduje się wystarczająco dużo wody,
- zdarzenie przebiega w normalnych warunkach grawitacyjnych,
- temperatura wody wynosi od 0 do 100°C,
- wiadro nie jest szczelnie zamknięte pokrywką itd.

"Regularity analysis" bada zatem zdania postaci: "p powoduje q" na tle zbioru praw przyrody $\mathbb{G}$ oraz zbioru dodatkowych założeń $\mathbb{V}$, uznanych przez pewną osobę. Osoba ta uważa zdanie "p powoduje q" za prawdziwe, jeśli p oraz q są prawdziwe, $p \rightarrow q$ da się wyprowadzić z $\mathbb{G} \cup \mathbb{V}$, natomiast ani q nie wynika z $\mathbb{G} \cup \mathbb{V}$, ani $p \rightarrow q$ z $\mathbb{G}$. Przy tym podejściu powstają poważne trudności z chwilą formalnego i precyzyjnego ujęcia występujących pojęć.

Inny, bardzo dokładnie opracowany nurt badań opiera się na analizie tzw. counterfactuals (tzn. countrary-to-fact-conditionals). Badania prowadzone w tym kierunku stały się ciekawe zwłaszcza wtedy, kiedy Stalnaker i D. Lewis związali je z koncepcją relacyjnego typu semantycznego Kripkego[3]. W pracach Almong´a, Aquist´a, Fine´a, Nute´a, Pollock´a i innych występują różne podejścia do koncepcji formalizacji poprzez wyrażenia kontrafaktualne. Wspólną myśl można wyrazić następująco:

Niech W będzie niepustym zbiorem możliwych światów, $w \subseteq W$ niech będzie światem aktualnym. Przez $R(w) \subseteq W$ oznaczamy zbiór światów osiągalnych przez w za pomocą relacji R, $R(w) = \{v \in W;\ wRv\}$.

[3] D. L e w i s, Counterfactuals and comparative possibility, "Journal of Philosophical Logic" [dalej - JPL] 1973, z. 2/4, s. 418-446.

Niech dalej $\alpha < \beta$ będzie danym wyrażeniem kontrafaktualnym. Zbiory $A \subseteq R(w)$ oraz $B \subseteq R(w)$ składają się odpowiednio ze światów osiągalnych przez w, w których α względnie β jest prawdziwe. Na zbiorze $R(w) \times R(w)$ określamy dalszą relację $\succcurlyeq$. Wyrażenie metajęzykowe $w_1 \succcurlyeq w_2$ odczytujemy jako: "w_1 jest przynajmniej tak podobny do w, jak w_2". Zbiór $f(A)$ składa się z elementów A, maksymalnych względem $\succcurlyeq$. Wyrażenie $\alpha < \beta$ jest uznane w aktualnym świecie w dokładnie wtedy, gdy $f(A) \subseteq B$.

Konieczność wyrażenia α, $\Box\alpha$, jest określona jako $\neg\alpha < \bot$, gdzie $\bot$ jest falsum. Możliwość α, $\Diamond\alpha$, określa się standardowo jako $\neg\Box\neg\alpha$. Łatwo można się przekonać, iż tak określone modalności pokrywają się w typie semantycznym Kripkego.

Można określić funktor zdaniotwórczy $\alpha > \beta$ jako $\Diamond\alpha \wedge (\alpha < \beta)$ odczytywany jako "jeśli zdarzyłoby się α, to zdarzyłoby się i β". Niektórzy autorzy wyżej wymienionych prac sądzą, że uzyskało się tu dostęp do sformalizowanej relacji przyczynowej.

Niedostateczna ostrość pojęcia "podobieństwo", tak samo jak niesprecyzowanie własności relacji R, istotnie mogą być przydatne gdyż dostarczają one dodatkowych możliwości definiowania funktorów przyczynowych, mających różne własności. W porównaniu do "regularity analysis" metoda ta z technicznego punktu widzenia jest bardziej precyzyjna, mimo że ta druga jest bardziej przejrzysta, a być może i ogólniejsza. Lecz również i "counterfactual analysis" spotkała się z poważnymi zarzutami.

Tak np. w ramach tej analizy przyjęłoby się zdanie "Jeżeli Blücher spóźniłby się w bitwie o Waterloo, to Wellingtonowi pomógłby ktoś inny" za prawdziwe, gdyż taki świat byłby bardziej podobny do aktualnego niźli taki, w którym zwyciężyłby Napoleon. Z drugiej strony Borovsky, Kim oraz Goosen[4] podają przykłady związków przyczynowych, nie uznanych przez "counterfactual analysis". Nasuwa się więc konkluzja, że przedstawiona metoda jak na razie prowadzi do relacji, które nie pokrywają się z formalizacją intuicyjnego związku, a jedynie się krzyżują.

Pomimo tego podejście to nadal leży w centrum zainteresowań i większość prac z logiki przyczynowej stanowi przyczynki do tej koncepcji. Starania o "zmiękczanie" klas modeli doprowadziły do analogicznego rozwoju jak w logice modalnej: po rozważaniu mo-

[4] W. G o o s e n, Causal chaius and counterfactuals. JPL 1979, z. 9, s. 489-496.

deli typu semantycznego Kripke'go przechodziło się poprzez typ sąsiedztwa do typu semantycznego Boole'a. Oprócz tego klasy modeli ulegały modyfikacjom za pomocą innych technik: np. rozważa się rozmyte modele (fuzzy models) typu sąsiedztwa[5].

W innej pracy autorzy starają się omijać wady "regularity analysis" i "counterfactual analysis", nie rezygnując z ich odpowiednich zalet[6]. Rozważają w tym celu całość założeń $\{y_1, \ldots, y_n\}$ uznanych przez pewną osobę i badają trzyargumentowy funktor $(x, \{y_1, \ldots, y_n\}) > z$ odczytywany jako "jeśli zdarzyłoby się x, to zdarzyłoby się i z".

Bardzo wczesna i zupełnie odmienna koncepcja pochodzi od S. Jaśkowskiego. W swoich wykładach na Uniwersytecie Warszawskim w latach dwudziestych Leśniewski postawił problem określania funktorów przyczynowych w rachunku ekstensjonalnym. Problem ten rozwiązał Jaśkowski, konstruując system Q_f w nieklasycznym języku FOR_f poprzez nieskończoną, lecz przeliczalną rodzinę tłumaczeń języka FOR_f na język rachunku predykatów pierwszego rzędu. Badał on m. in. funktor "implikacji czynnikowej" $\alpha \underset{f}{\rightarrow} \beta$ (który odczytujemy jako "zawsze jeśli zdarzy się α, to zdarzy się i β"). Poprzez implikację czynnikową definiuje się różne funktory przyczynowe.

Okazuje się, że koncepcję Jaśkowskiego można w sposób istotny uogólnić. W szczególności systemy przyczynowe są stowarzyszone z każdą regularną logiką modalną, a rachunek sprzężony z systemem Lewisa S5 jest identyczny z Q_f. Rachunki tak skonstruowane badamy w 3 ustępie artykułu jako konkretny przykład systemów przyczynowych.

Od czasu do czasu próbuje się uzyskać formalizację związku przyczynowego wychodząc od pojęcia prawdopodobieństwa. Powołuje się przy tym na fizykę nieklasyczną jako dziedzinę zastosowań odpowiadających koncepcji: zgodnie z zasadą nieokreśloności nie sposób tutaj przeprowadzić analizy przyczynowości na podstawie pojęcia determinizmu. W tym, jak i pozostałych przypadkach kryterium decydującym o jakości podejścia jest zgodność uzyskanych

---

[5] J. A l m o n g, Semantical considerations on modal counterfactual logic with corollaries on decidability, completeness and cousistency questions, "Notre Dame Journal of Formal Logic" [dalej - NDJFL] 1980, t. XXI, z. 2, s. 467-479.

[6] C. B. D a n i e l, J. B. F r e e m a n, An analysis of the subjunctive conditional, NDJFL 1980, t. XXI, z. 4, s. 639-655.

formalizacji z intuicją. Zgodność ta nie wynika bezpośrednio z dobrej koncepcji filozoficznej leżącej u podstaw formalizacji.

Stało się jasne, iż przedstawiciele poszczególnych kierunków formalizacji starają się opracować zmienne klasy modeli, które dopuszczą odpowiednio różne formalizacje związku przyczynowego.

III

Zajmiemy się teraz bliżej jednym z wyżej naszkicowanych podejść. Pozwoli nam to poznać konkretne przykłady funktorów przyczynowych. Na szczególną uwagę zasługuje koncepcja Jaśkowskiego - jest ona bardzo wszechstronna a zarazem względnie mało znana.

Zacznijmy od bliższego określenia języka:

Zbiór zmiennych zdaniowych At zawiera nieskończoną przeliczalną liczbę elementów $p, q, r, p_o, p_1, \ldots$. Obok klasycznych funktorów zdaniotwórczych $\neg$ (negacja), $\wedge$ (koniunkcja), $\vee$ (alternatywa) i $\rightarrow$ (implikacja materialna) występuje dwuargumentowy funktor nieklasyczny $\underset{f}{\rightarrow}$ (implikacja czynnikowa). FOR_f jest najmniejszym zbiorem zawierającym At, do którego należą $\neg\alpha$, $\alpha \wedge \beta$, $\alpha \vee \beta$, $\alpha \rightarrow \beta$, $\alpha \underset{f}{\rightarrow} \beta$, o ile tylko α i β są elementami zbioru FOR_f. Później wrócimy do definicji funktorów przyczynowych w FOR_f.

Jaśkowski określił dla każdego n naturalnego tłumaczenie t_n z języka FOR_f na język pewnego rachunku Q, a następnie tak tłumaczone formuły zinterpretował w języku rachunku predykatów pierwszego stopnia PC_1. Wszystkie formuły, przechodzące przy wszystkich tłumaczeniach na tautologie PC_1 utworzą rachunek Q_f Jaśkowskiego.

Uogólnimy to podejście, stawiając w miejsce PC_1 dowolną regularną logikę modalną, odpowiednio modyfikując konstrukcję. Ograniczymy się do logik regularnych, gdyż dla klasy tej istnieje adekwatny opis przez klasy framów Kripkego pierwszego stopnia ze światami nienormalnymi. Używany typ semantyczny jest nie tylko bardzo ogólny, lecz również technicznie dogodny oraz posiada pewną intuicyjną interpretację. Rezygnując z tego, można by było używać nawet ogólniejszego typu semantycznego, mianowicie klasy framów Boole´owskich i na miejsce PC_1 stawiać dowolną klasyczną logikę modalną.

Skonstruujemy następnie klasę modeli, w której zinterpretujemy język FOR_f.

Niech $F = \langle W, R, Q, P\rangle$ będzie framem Kripkego pierwszego stopnia, symbolicznie KPQ-framem, tzn. niech W będzie niepustym zbiorem "możliwych światów", Q podzbiorem W, składającym się z tzw. światów nienormalnych, R "relacją widzenia" określoną w $W \times W$ natomiast P rodziną podzbiorów zbioru W, zawierającą cały zbiór W oraz będącą domkniętą na uzupełnienie, przekrój i na ścisły kontrobraz R^{-1} "relacji R, R^{-1}" $(V) = \{u \in W;\ \forall w \in W:\ uRw \Rightarrow w \in V\}$.

Z n KPQ-framów $F_i = \langle W_i, R_i, Q_i, P_i\rangle$; $i \leqslant n$; utworzymy n-wymiarowy iloczyn $F^{(n)} = F_1 \times \ldots \times F_n = \langle W_1 \times \ldots \times W_n, \hat{R}_1, \ldots, \hat{R}_n, \bar{Q}_1, \ldots, \bar{Q}_n, \bar{P}\rangle$. Nośnikiem tej struktury $\bar{W} = W_1 \times \ldots \times W_n$ jest iloczyn kartezjański nośników framów $F_1, \ldots, F_n$. Relacje $\hat{R}_1, \ldots, \hat{R}_n$ są określone dla $i \leqslant n$ jako: $\forall \bar{w}, \bar{v} \in \bar{W}:\ \bar{w}\hat{R}_i\bar{v} \Longleftrightarrow w_i R_i v_i \wedge \forall j \neq i:\ w_j = v_j$. Zbiory $\bar{Q}_i$, $i \leqslant n$, definiuje się przez $W_1 \times \ldots \times W_{i-1} \times Q_i \times W_{i+1} \times \ldots \times W_n$ a $\bar{P} \overset{df}{=} \{V_1 \times \ldots \times V_n;\ \forall i \leqslant n:\ V_i \in P_i\}$. Łatwo sprawdzić, że rodzina P nadal jest domknięta na odpowiednie operacje. Tak określony iloczyn nazywamy n-wymiarowym KPQ-framem.

Tak jak w przypadku jednowymiarowym, poprzez dołączenie odwzorowania a: At $\to \bar{P}$ powstaje z framu model. Niech $M^{(n)} = \langle \bar{W}, \hat{R}_1, \ldots, \hat{R}_n, \bar{Q}_1, \ldots, \bar{Q}_n, \bar{P}, \bar{a}\rangle$ będzie n-wymiarowym KPQ-modelem bazującym na F. W przypadku gdy rodzina P zawiera wszystkie podzbiory zbioru W nie stanowi ona istotnego ograniczenia dla wartościowań. Łatwo się o tym przekonać na podstawie definicji: odwzorowanie a jest określone standardowo we framach Kripkego z At do 2^W. Rodzinę P można zatem pominąć. W tym przypadku $F^{(n)}$ nazywamy pełnym KPQ-framem bądź też krótko KQ-framem.

Dla formuły $\alpha \in FOR_f$ określamy relację uznania w punkcie $\bar{w} = \langle w_1, \ldots, w_n\rangle$ modelu $M^{(n)}$, $M^n \models \alpha\ [\bar{w}]$, induktywnie:

1) $M^{(n)} \models p\ [\bar{w}]$ $\quad$ $\bar{w} \in \bar{a}(p)$ dla $p \in$ At,

2) $M^{(n)} \models \neg\alpha\ [\bar{w}]$ $\quad$ $M^{(n)} \not\models \alpha\ [\bar{w}]$,

3) $M^{(n)} \models \alpha \wedge \beta\ [\bar{w}]$ $\quad$ $M^{(n)} \models \alpha\ [\bar{w}] \wedge M^{(n)} \models \beta\ [\bar{w}]$,

4) $M^{(n)} \models \alpha \underset{f}{\to} \beta\ [\bar{w}]$ $\quad$ $M^{(n)} \models \alpha \to \beta\ [\bar{w}] \wedge \bigwedge_{k \subseteq \{1 \ldots n\}} M^{(n)} \models$
$\models f(k, \alpha) \to \Box_k (\alpha \to \beta)\ [\bar{w}]$,

przy czym:

a) dla $k = \{i_1, \ldots, i_k\} \subseteq \{1, \ldots, n\}$: $\Box_k \alpha = \Box i_1 \ldots \Box i_k \alpha$,

b) $M^{(n)} = \Box i\, \alpha\ [\bar{w}] \Longleftrightarrow \forall \bar{v} \in \bar{W}:\ \bar{w}\hat{R}_i\bar{v} \Rightarrow M^{(n)} \models \alpha\ [\bar{v}]$,

c) $M^{(n)} \models f(i, \alpha)\ [\bar{w}] \Leftrightarrow M^{(n)} \not\models \Box_1 \ldots \Box_n (\Box_i \alpha \vee \Box_i \neg\alpha\ [\bar{w}]$,

d) dla k, takiego jak w a):

$M^{(n)} \models f(k, \alpha)\ [\bar{w}] \Leftrightarrow M^{(n)} \models f(i_1, \alpha)\ [\bar{w}] \wedge \ldots \wedge M^{(n)} \models$
$\models f(i_k, \alpha)\ [\bar{w}]$.

Relacja $\models$ jest określona dla pozostałych funktorów zgodnie z ich definicją: $\alpha \vee \beta \stackrel{df}{=} \neg(\neg\alpha \wedge \neg\beta)$ $\alpha \rightarrow \beta \stackrel{df}{=} \neg\alpha \vee \beta$.

Zamiast rozszerzać język klasycznego rachunku zdań o spójnik implikacji czynnikowej można używać dwuargumentowego spójnika $\forall_f$. Tę możliwość wybrał Jaśkowski w oryginalnej pracy[7]. Wyrażenie $[\forall_f\ \alpha]\beta$ jest odczytywane jako, "dla wszystkich wartości czynników formuły α zachodzi β". Czym jest w takim razie "czynnik formuły α"? Jaśkowski stwierdza: "Wyobraźmy sobie, że prawdziwość zdania p zależy od pewnych czynników, których bliżej możemy nie określać [...] Przy pewnym układzie zdarzeń losowych zdanie p będzie prawdziwe, przy innym fałszywe. Zdanie p można więc uważać za funkcję przyjmującą wartość: prawdę lub fałsz [...]. Ponieważ zależność funkcyjna nie jest ujawniona w znakowaniu, więc zdania tego rodzaju można reprezentować za pomocą [...] zmiennej zależnej, podobnie jak w matematyce reprezentujemy często funkcję zmiennej x za pomocą litery y"[8].

Zmienne zdaniowe zależne można zatem traktować jako predykaty bez ustalonej arności. Tego rodzaju zmienne zdaniowe pojawiają się w literaturze po raz pierwszy u Heytinga[9]. Wydają się one naturalnym rodzajem zmiennych przy rozważaniu zdań, których wartość logiczna zależy od sytuacji. Czynnikami dla formuły α są te składniki sytuacji, które wpływają na wartość formuły. W pewnym sensie odpowiadają one "istotnym zmiennym indywiduowym" języka rachunku predykatów.

Pomiędzy $\underset{f}{\rightarrow}$ a $\forall_f$ zachodzi następujący związek:

$$[\forall_f\ \alpha]\beta \stackrel{df}{=} \alpha \underset{f}{\rightarrow} \beta \wedge \neg\alpha \underset{f}{\rightarrow} \beta.$$

[7] S. J a ś k o w s k i, On the modal and causal functions in symbolic logic, "Studia Philosophica" 1951, vol. IV, s. 72-92.

[8] S. J a ś k o w s k i, Rachunek zdań dla systemów dedukcyjnie sprzecznych, Studia Soc. Sc. Torunensis, sec. A 1948, vol. I, s. 57-74.

[9] A. N. H e y t i n g, Die formalen Regeln der intuitionistischen Mathematik II, Sitzungsber. d. Preuss. Akad. d. Wiss., math.-phys. Klasse 1930, s. 57-71.

Proste przekształcenia warunku 4 relacji uznania w modelu prowadzą do odpowiedniego warunku dla nowo zdefiniowanego spójnika:

5) $M^{(n)} \models [\forall_f\ \alpha]\beta[\bar{w}] \Leftrightarrow M^{(n)} \models \beta[\bar{w}]$

$\bigwedge\limits_{k \subseteq \{1...n\}} M^{(n)} \models f(k, \alpha) \rightarrow \Box_k\ \beta[\bar{w}]$

Tenże warunek ustala zarazem znaczenie czynnika formuły α.

Z drugiej strony, spójnik $\underset{f}{\rightarrow}$ da się wydefiniować poprzez $\forall_f$:

$\alpha \underset{f}{\rightarrow} \beta \overset{df}{=} [\forall_f\ \alpha]\ (\alpha \rightarrow \beta)$.

Język rozszerzony o $\forall_f$ a język wzbogacony o $\underset{f}{\rightarrow}$ są więc wzajemnie definiowalne. Spójnik dualny do $\forall_f$ jest określony jako $[\exists_f\ \alpha]\beta \overset{df}{=} \neg[\forall_f\ \alpha]\neg\beta$ i będzie odczytywany jako: "dla pewnych wartości czynników formuły α zachodzi β".

Formuła $\alpha \in FOR_f$ jest uznana w modelu $M^{(n)}$, $M^{(n)} \models \alpha$, wtw dla wszystkich $\bar{w} \in \bar{W} \setminus \bigcup\limits_{i=1}^{n} \bar{Q}_i$ zachodzi: $M^{(n)} \models \alpha[\bar{w}]$. Formuła α jest uznana w framie $F^{(n)}$, $F^{(n)} \models \alpha$, wtw zachodzi $M^{(n)} \models \alpha$, dla wszystkich modeli $M^{(n)}$ bazujących na $F^{(n)}$. Formuła α jest wreszcie tautologią klasy framów $K^{(n)}$, $K^{(n)} \models \alpha$, wtw α jest uznana we wszystkich framach należących do tej klasy.

W ten sposób zinterpretowaliśmy język FOR_f w n-wymiarowych uogólnionych strukturach typu Kripkego; n-wymiarowe KPQ-framy są "naturalnymi modelami" dla języków zdaniowych zawierających n grup spójników modalnych. Przy naszej interpretacji wprowadzaliśmy modalności, które pełnią jedynie rolę wygodnych (choć właściwie zbytecznych) skrótów. Sposób, w którym mówiliśmy o możliwych światach, nie odpowiada intuicjom Kripkego przy wypracowaniu tego typu semantycznego. Okazuje się jednak, że tak określone modele typu Kripkego są bardzo użyteczne z technicznego punktu widzenia. Również i powyższa konstrukcja wskazuje na szerokie możliwości zastosowania koncepcji struktur możliwych światów, mimo że rozpatrywanie możliwych światów w sensie Leibniza wydaje się tutaj jeszcze bardziej niecelowe niż w przypadku logiki modalnej.

Niech L będzie regularną logiką modalną, tzn. L zawiera klasyczny rachunek zdań i formułę $\Box p \wedge \Box q \rightarrow \Box(p \wedge q)$ oraz jest domknięta ze względu na reguły odrywania, podstawienia i $\alpha \rightarrow \beta / / \Box\alpha \rightarrow \Box\beta$. Niech dalej K_L będzie klasą wszystkich KPQ-framów uznających L, tzn. $K \models \alpha$ dla wszystkich $\alpha \in L$, $K_L \models L$. Zawartością klasy $K^{(n)}$ względem języka $E(K^{(n)})$ nazywamy zbiór wszystkich tautologii klasy $K^{(n)}$. Ponieważ dowolna regularna logika modalna jest pełna względem pewnej klasy KPQ-framów, przeto łatwo otrzymujemy $L = E(K_L)$.

Przez $K_L^{(n)}$ oznaczamy klasę n-wymiarowych framów $F_1 \times \ldots \times F_n$, gdzie $F_1, \times \ldots, \times F_n$ należą do K_L.

Rachunek zdefiniowany poprzez $\bigcap_{n \in w} E(K_L^{(n)})$ w języku FOR_f nazywamy systemem Jaśkowskiego F_L wyznaczonym przez L. Okazuje się, że rachunek Jaśkowskiego Q_f jest identyczny z jednym z powyższych systemów, mianowicie z systemem F_{S5}[10]. W tym sensie, historycznie pierwszy rachunek tej klasy pochodzi od Jaśkowskiego. Z drugiej strony konstrukcja ta jest na tyle oryginalna, że żaden z systemów, znanych z literatury, nie należy do tej klasy. To wydaje się wystarczającym usprawiedliwieniem proponowanego nazewnictwa.

Klasa systemów Jaśkowskiego jest bardzo bogata: każda regularna logika modalna L prowadzi do pewnego rachunku F_L. Warunki nałożone na logiki regularne są bardzo słabe. Można się zatem spodziewać, że niewiele można powiedzieć o ogólnych własnościach systemów Jaśkowskiego. Własności systemu F_L są wyznaczone w dużym stopniu poprzez własności systemu L. Chcąc otrzymać ciekawe systemy trzeba więc nałożyć dodatkowe warunki na logiki modalne, które je wyznaczają.

Przy badaniu systemów F_L napotykamy na brak efektywnej metody ustalania prawdziwości formuły w danym systemie. Sprawdzanie ex definitione prowadzi do poważnych komplikacji natury technicznej, nawet w przypadku prostych formuł.

Na podstawie pewnych przemyśleń Jaśkowskiego, Pieczkowski wypracował semantyczną metodę sprawdzenia dla rachunku $Q_f = F_{S5}$[11]. Autor używa jednak dla Q_f struktur odmiennych od naszych. Powstaje pytanie, dla jakich klas systemów Jaśkowskiego można podać analogiczną metodę. Skoro własności systemów F_L zależą od własności L, przeto pytamy o klasę regularnych logik modalnych takich, że wyznaczony przez nie system F_L posiada metodę sprawdzania.

---

[10] M. U r c h s, Kripke-style-semantics for Jaśkowski system Q_f, "Bulletin of the Section of Logic" 1981, t. 10, z. 1, s. 24-29.

[11] A. P i e c z k o w s k i, The axiomatic system of the factorial implication "Studia Logica" 1965, t. XXVIII, s. 41-64.

Logikę modalną nazywamy systemem bazowym wtedy i tylko wtedy, gdy charakterystyczna klasa K_L posiada następujące własności:

1) K_L jest domknięta na iloczyny proste,

2) K_L jest niemal zwrotna, tzn. relacja każdego framu należącego do K_L jest zwrotna na zbiorze $W \setminus Q$,

3) K_L zawiera zwrotny fram jednoelementowy,

4) $E(K_L) = E(K')$ dla pewnej klasy KQ-framów K'.

Systemami bazowymi okazuje się wiele spośród logik modalnych, np. systemy Lewisa, rachunki T, D, B. System S4.3 jest przykładem logiki, nie będącej systemem bazowym. Relacja framu z klasy $K_{S4.3}$ jest scharakteryzowana m. in. poprzez warunek

$$\forall w, u, v \in W: \; w R u \wedge w R v \Rightarrow u = v,$$

który to nie spełnia punktu 1 powyższej definicji.

Dla rachunków F_L wyznaczonych poprzez systemy bazowe można udowodnić następujące twierdzenie:

$$\forall \alpha \in FOR_f \; \exists r(\alpha) \in \omega: \; \alpha \in F_L \Leftrightarrow K_L^{(r(\alpha))} \models \alpha.$$

Dowód tego twierdzenia można znaleźć w pracy M. Urchsa[12]. O prawdziwości α w F_L decydują zatem jedynie framy wymiaru $r(\alpha)$. $r(\alpha)$ jest liczbą naturalną, zależną od budowy formuły α i dającą się ustalić efektywnie.

W pracy Cresswella i Hughsa podana została semantyczna metoda sprawdzania formuł, tzw. metoda diagramów formuł modalnych[13]. Procedura ta może być zastosowana do wszystkich logik modalnych, pełnych względem pewnej klasy KQ-framów; co więcej można ją zmodyfikować tak, że pracuje w przypadku systemów wyznaczonych przez n-wymiarowe KQ-framy. Wynik twierdzenia oraz uogólniona metoda diagramów prowadzi do procedury sprawdzenia formuł języka FOR_f. Chcąc ustalić prawdziwość pewnej formuły α w F_L wyliczamy najpierw $r(\alpha)$ a następnie sprawdzamy za pomocą metody czy $K_L^{(r(\alpha))} \models \alpha$. Nie jest to jednak efektywny algorytm rozstrzygania dla systemów F_L.

Posiadając metodę sprawdzania formuł możemy badać własności systemów F_L, a w szczególności określić spójniki przyczynowe. Już sama implikacja czynnikowa posiada ciekawe własności: formuła

---

12 M. Urchs, Systemy z implikacją kauzalną wyznaczone poprzez logiki modalne [rozprawa doktorska], Toruń 1982.

13 M. Cresswell, G. H. Hughes, Introduction to formal logic, Methuen, London 1968.

$(p \underset{f}{\rightarrow} q) \rightarrow (q \underset{f}{\rightarrow} \neg p)$ nie jest uznana w żadnym wypadku. Można jednak wykazać, że obie formuły

1) $(p \underset{f}{\rightarrow} \neg p) \underset{f}{\rightarrow} (p \underset{f}{\rightarrow} q)$

oraz

2) $(\neg p \underset{f}{\rightarrow} p) \underset{f}{\rightarrow} (q \underset{f}{\rightarrow} p)$

są tautologiami systemów F_L. Skoro w tych systemach bardzo naturalnie definiuje się możliwość formuły α, $\Diamond \alpha$, jako $[\exists_f \alpha]\alpha$ oraz zachodzą równoważności

$$[\exists_f \alpha]\alpha = \neg[\forall_f \alpha]\neg\alpha \equiv \neg[\forall_f \alpha](\alpha \rightarrow \neg\alpha) \equiv \neg(\alpha \underset{f}{\rightarrow} \neg\alpha)$$

przeto obie te formuły przyjmują postać paradoksów implikacji ścisłej.

1') $\neg\Diamond p \underset{f}{\rightarrow} (p \underset{f}{\rightarrow} q)$

oraz

2') $\Box p \underset{f}{\rightarrow} (q \underset{f}{\rightarrow} p)$.

Implikacja ta nie nadaje się więc do naszych celów.

Znacznie lepsze własności uzyskamy dzięki drobnej modyfikacji: implikacja

$$\alpha > \beta \overset{df}{\equiv} \alpha \wedge \alpha \underset{f}{\rightarrow} \beta$$

posiada, przykładowo w systemie F_{S4}, m. in. następujące własności:

i) $(\alpha > \beta) \wedge (\gamma > \beta) \rightarrow (\alpha \equiv \beta)$,

ii) $(\alpha > \beta) \wedge (\alpha > \gamma) \rightarrow (\alpha > \beta \wedge \gamma)$.

Z drugiej strony, spójnik nie posiada własności 1-5 z drugiego ustępu artykułu.

Oczywiście możliwa jest definicja innych spójników przyczynowych. Jaśkowski proponuje rozważenie spójników

$$p \subset_f q \overset{df}{\equiv} \neg p \underset{f}{\rightarrow} \neg q,$$

$$p =_f q \overset{df}{\equiv} (p \underset{f}{\rightarrow} q) \wedge (q \underset{f}{\rightarrow} p),$$

$$p \wedge_f q \overset{df}{\equiv} p \wedge q \wedge [\exists_f p] (\neg p \wedge \neg q)$$ [14].

Dodatkową zaletą tej koncepcji jest to, że definicje nowych spójników podaje się w sposób jednolity dla całej klasy systemów Jaśkowskiego. Własności spójników w pewnym stopniu zależą od samego systemu. W takim razie obok definicji spójnika możemy, poprzez wybór odpowiedniego systemu dokładnie ustalić jego własności.

[14] J a ś k o w s k i, On the model...

Przedstawioną konstrukcję można odnieść do wszystkich rachunków zdaniowych posiadających adekwatną semantykę typu Kripkego. Dotyczy to zarówno logiki intuicjonistycznej, jak i niektórych systemów parakonsystentnych. Otrzymane w ten sposób systemy Jaśkowskiego łączą w sobie ciekawe własności systemów leżących u ich podstaw z możliwością definiowania spójników przyczynowych.

Inne uogólnienie zmierza w stronę przyczynowych rachunków predykatów. W tym celu można utworzyć n-wymiarowe iloczyny rozszerzone Kripke-framów dopuszczających interpretację kwantyfikatorów. Niewątpliwie takie ujęcie spójników przyczynowych mogłoby być bliższe intuicjom. Używane do tego modele byłyby natomiast znacznie bardziej skomplikowane.

Karl-Marx-Universität, Leipzig
Sektion Marxistisch-Leninstische Philosophie

Max Urchs

ZUR FORMALISIERUNG DER KAUSALEN BEZIEHUNGEN

Im Rahmen der formalen Logik versucht man auf verschiedene Art und Weise Implikationen zu definieren, die den intuitiven Gehalt der "weil..., darum..." - Beziehung wiedergeben. Einige dieser Formalisierungsansätze werden vorgestellt.

Am Beispiele einer auf Jaśkowski zurückgehenden Konzeption wird demonstriert, wie man kausale Beziehungen repräsentierende Funktoren semantisch charakterisieren kann. Man konstruiert dazu zunächst n-dimensionale Kripke-Modelle, in denen eine nichtklassische aussagenlogische Sprache interpretiert wird. Die Ausdrucksmittel der Sprache gestatten die Definition verschiedener Kausalfunktoren, deren Eigenschaften überdies von der jeweiligen Modellklasse abhängen. Man erhält also eine Vielzahl formaler Entsprechungen für die intuitive Kausalbeziehung, unter denen die den jeweiligen Anschauungen am nächsten kommende auszuwählen ist.