A C T A   U N I V E R S I T A T I S   L O D Z I E N S I S
FOLIA PHILOSOPHICA 1, 1981
https://doi.org/10.18778/0208-6107.01.06

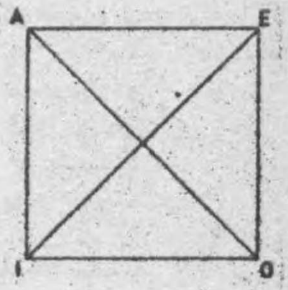
Jan Ruszcza

PODSTAWY ALGEBRY DEONTYCZNEJ I MODALNEJ JEAN-LOUIS GARDIESA

Punktem wyjścia rozważań Jean-Louis Gardiesa jest kwadrat logiczny dla terminów deontycznych, skonstruowany[1] przez analogię do kwadratu logicznego Arystotelesa dotyczącego klasycznych zdań kategorycznych.

Kwadrat ten jest graficzną ilustracją sześciu relacji, jakie zachodzą między wymienionymi terminami deontycznymi. Każdą z tych relacji można wyrazić w postaci czterech różnych zdań, np. relację przeciwieństwa zachodzącą między terminami obowiązkowe i zabronione opisują następujące zdania:

1. Jeżeli działanie jest obowiązkowe, to nie jest zabronione.
2. Jeżeli działanie jest zabronione, to nie jest obowiązkowe.
3. Jeżeli działanie nie jest obowiązkowe, to albo może być, albo może nie być zabronione.
4. Jeżeli działanie nie jest zabronione, to albo może być, albo może nie być obowiązkowe[2].



Rys. 1. A - obowiązkowe, I - dozwolone, E - zabronione, O - fakultatywne

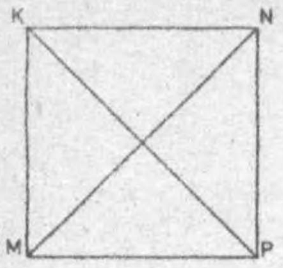
Otrzymujemy w ten sposób 24 zdania stanowiące szkielet logiczny każdego prawodawstwa.

Podobny kwadrat logiczny daje się także skonstruować dla terminów modalnych (rys. 2).

---

[1] J. R a y, *Essai sur la structure logique de Code civil français*, Alcan 1926, XX, s. 296.

[2] Kompletny wykaz tych zdań *explicité* znaleźć można w *ibid.*, s. 56 i n.



Rys. 2. K - konieczne, M - możliwe, N - niemożliwe, P - przypadkowe

Wskazuje to wyraźnie na pewien izomorfizm klasycznych zdań kategorycznych, terminów deontycznych i modalnych. Bliższa analiza zagadnienia[3] prowadzi do uzupełnienia kwadratu logicznego przez dwa dodatkowe terminy: A v E = U oraz I · O = Y. Terminowi U odpowiada termin "konieczne lub niemożliwe" albo "obowiązkowe lub zabronione", terminowi Y odpowiada termin "możliwe i przypadkowe" albo "dozwolone i nieobowiązkowe". Jak zauważa Jean-Louis Gardies, wprowadzenie do dowolnego systemu logicznego któregokolwiek z czterech terminów A, E, I, O pozwala określić w systemie pozostałe pięć terminów, wyżej wymienionych, przy pomocy używanej w gramatyce negacji przyzdaniowej. Na przykład wybierając termin "możliwe" jako inicjujący, definicje dalszych pięciu terminów wyglądałyby następująco:

1° Jest konieczne, że df: nie jest możliwe, że nie p.

2° Jest niemożliwe, że p df: nie jest możliwe, że p.

3° Jest przypadkowe, że p df: jest możliwe, że nie p.

4° Jest (konieczne lub niemożliwe), że p df: nie jest możliwe, że p lub nie jest możliwe, że nie p.

5° Jest (dozwolone i nieobowiązkowe), że p df: jest możliwe, że p i jest możliwe, że nie p.

W ten sposób z kwadratu logicznego otrzymujemy sześciokąt logiczny (rys. 3).

Sześciokąt ten można interpretować zastępując terminy A, E... itd. przez terminy rachunku kwantyfikatorów, terminy matematycznej teorii nierówności itp. Proste łączące poszczególne wierzchołki symbolizują relacje zachodzące między odpowiednimi terminami. Relacje te dają się zapisać w sposób sformalizowany, co umożliwia ich algebraiczną analizę.

Jean-Louis Gardies czyni to wyróżniając siedem rodzajów relacji:

1° alternatywę oznaczoną symbolem W (na rysunkach)≡

2° przeciwieństwo oznaczone symbolem | lub na rysunkach =,

---

[3] R. B l a n c h é, *Introduction à la logique contemporaine*, Paryż 1964, s. 208; t e n ż e, *Structure intellectuelles. Essai sur l'organisation systématique des concepts*, Vrain 1966, XL, s. 147.

3° rozłączenie oznaczone symbolem v lub na rysunkach -----,

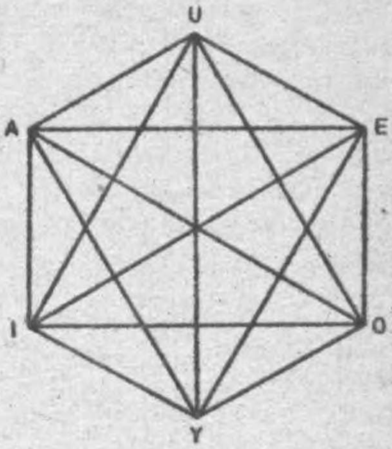
4° implikację oznaczoną symbolem ⊃ lub na rysunkach ——►,

5° negację oznaczoną symbolem ∼,

6° połączenie oznaczone symbolem •,

7° odrzucenie oznaczone symbolem ∧.

Jego sześciokąt logiczny przybiera wobec tego postać taką, jak na rys. 4.



Rys. 3

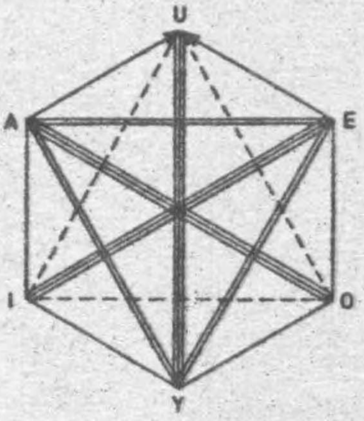
Wprowadzając teraz oznaczenia: I = = A, O = B, A = ∼B, E = ∼A, U = = A | B, Y = A • B otrzymujemy następujące zależności:

A W∼A (1), B W∼B (2), (A • B) W (A | B), (3)

skąd można otrzymać

∼B ⊃ (A | B) (4), ∼A ⊃ (A | B) (5), (A • B) ⊃ A (6), ∼B | (A • B) (7), ∼A | (A • B) (8), A v (A | B) (9), B v (A | B) (10).

Powyższe relacje mają w szczególności tę własność, że dają się udowodnić wyłącznie przez odwołanie się do definicji, aksjomatów i reguł rachunku zdań; przedstawić je można tak, jak na rys. 5.



Rys. 4

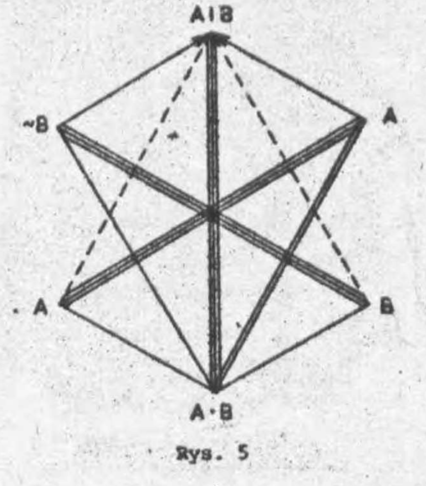
Można zauważyć, że relacje zaznaczone na rys. 4, a nie zaznaczone na rys. 5, są dokładnie tymi, które tworzą kwadrat Arystotelesa. Do ich udowodnienia, oprócz środków wspomnianych wyżej, potrzeba pewnego aksjomatu uzupełniającego. Szczegółowe badania tych relacji: ∼B | ∼A (11), ∼B ⊃ A (12), ∼A ⊃ B (13), A v B (14) wykazują, że każdą z nich można wyprowadzić z dowolnej innej, co oznacza, że każda może grać rolę owego uzupełniającego aksjomatu potrzebnego do utworzenia kwadratu Arystotelesa. Zatem, konkluduje Jean-Louis Gardies, kwadrat ten stanowi w sześciokącie strukturę niezależną, usuwalną i implikuje niejako cały sześciokąt, zaś odwrotna zależność nie zachodzi. Wskazuje to na nieredukowalność kwadratu Arystotelesa.

Relacje kwadratu, jak też i sześciokąta logicznego, dają się zilustrować na gruncie teorii mnogości. Posłużyć się tu można używanymi już symbolami A, B, $\sim$A, $\sim$B, A | B i A • B. Jeżeli przyporządkujemy teraz symbolom A i B dowolne niepuste zbiory, dla których spełnione są warunki:

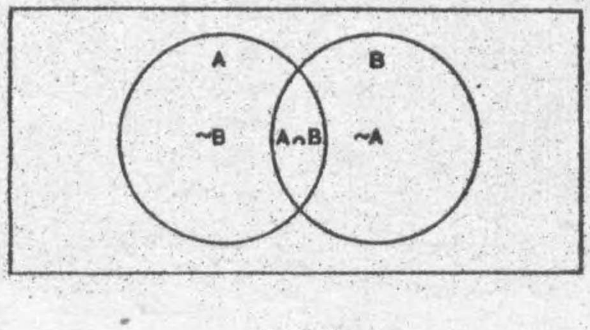
1° $A \cap B \neq \emptyset$,

2° $A \neq B$,

wówczas każda z teoriomnogościowych relacji zachodząca między tymi zbiorami ma swój odpowiednik wśród relacji kwadratu bądź sześciokąta logicznego (rys. 6).

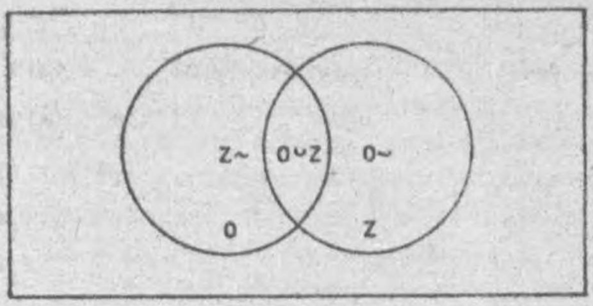


Rys. 5



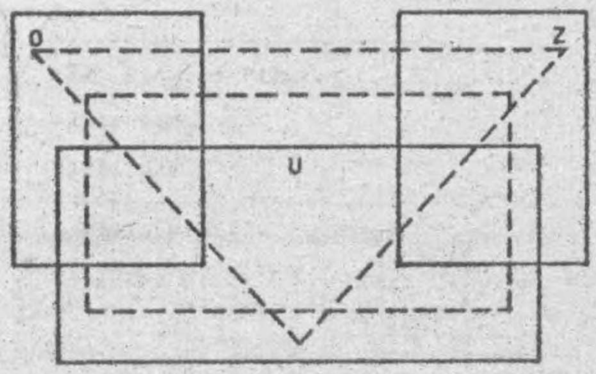
Rys. 6

Podobnie można interpretować logikę norm (rys. 7).



Rys. 7. O - obowiązkowe, Z - zabronione, $Z \cap O$ - czasami dozwolone i nieobowiązkowe, to znaczy to, co ma się prawo jednocześnie robić i nie robić, $\sim O$ - nieobowiązkowe, to znaczy to, czego ma się prawo nie robić, $\sim Z$ - dozwolone, to znaczy to, co ma się prawo robić

Interpretacje przedstawione na rys. 7 wskazują na fakt, że język naturalny wykazuje dwojaką, niejednorodną strukturę użycia terminów normatywnych: operuje czterema przymiotnikami (obowiązkowy, zabroniony, dozwolony i fakultatywny), lecz tylko trzema rzeczownikami: (obowiązek, zakaz i uprawnienie); jednak zarówno system czworokątny, jak i trójkątny, zawarte są w sześciokącie logicznym. Zilustrować to można schematem (rys. 8).



Rys. 8. O - obowiązek, Z - zakaz, U - uprawnienie

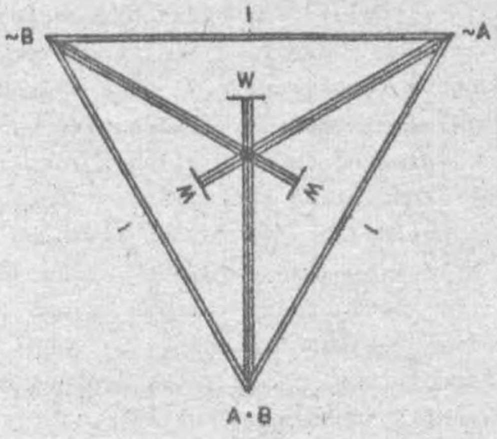
Linie przerywane na rys. 8 obrazują odpowiednie relacje logiczne.

Dwojaka struktura wspomniana wyżej spowodowana jest, jak twierdzi Jean-Louis Gardies, niedostateczną rozróżnialnością odpowiednich terminów w języku naturalnym. O ile bowiem terminy "obowiązek" i "zakaz" można odróżnić od siebie tym łatwiej, że zachodzi między nimi relacja przeciwieństwa, o tyle terminy "uprawnienie do..." i "uprawnienie do nie..." mieszają się ze sobą, a zachodząca między nimi relacja dysjunkcji nie pozwala im występować jednocześnie, mimo że właśnie wspólne występowanie nadawałoby tym terminom pewną realność psychologiczną. W obecnym stadium rozwoju języka naturalnego "uprawnienie do..." miesza się z "obowiązkiem", a "uprawnienie do nie..." - z "zakazem", albo też terminy te łączą się ze sobą. Można wykazać to także na drodze algebraicznej. Mianowicie, jeżeli symbole $\sim B$, $\sim A$, A i B odpowiadać będą kolejno terminom "obowiązek", "zakaz", "dozwolenie" i "dowolność", wówczas termin "uprawnienie do... bez uprawnienia do nie..." daje się zapisać w postaci: $A \cdot (\sim B)$, ponieważ jednak $\sim B \supset A$, więc $A \bullet (\sim B) \equiv \sim B$, co oznacza, że rozpatrywany termin jest równoważny terminowi "zobowiązanie". Podobnie termin "uprawnienie do nie... bez uprawnienia do...", zapisany jako $B \bullet (\sim A)$ jest równoważny wyrażeniu $\sim A$, czyli terminowi "zakaz". W konsekwencji o ile bez wątpienia terminy "obowiązek" i "uprawnienie do nie..." są ze sobą sprzeczne, to terminowi "prawo do nie..." odpowiada w rzeczywistości alternatywa między terminami "zakaz" i "uprawnienie do... i zarazem uprawnienie do nie...".

Jak to podkreśla G. Kalinowski[4]: "...jeśli nie jestem zobowiązany do wykonania pewnej czynności, to oznacza to z całą stanowczością, że mam uprawnienie do niewykonywania jej; lecz to "uprawnienie do nie..." otwiera dwie możliwości: albo wykonanie tej czynności jest mi zabronione, albo też jestem uprawniony do jej wykonania, ale nie wykonuję jej z braku własnych chęci. Tak samo z terminem "zakaz" jest sprzeczny termin "uprawnienie do..." realizujący się przez alternatywę terminu "obowiązek" i "uprawnienie do... i zarazem uprawnienie do nie...", wreszcie termin "uprawnienie", rozumiany teraz łącznie jako "uprawnienie do... i zarazem uprawnienie do nie..." jest sprzeczny z alternatywą terminów "obowiązek" i "zakaz".

[4] G. K a l i n o w s k i, *La norme, l'action et la théorie des propositions normatives*, "Studia Logica" 1963, t. XIV, s. 99-111.

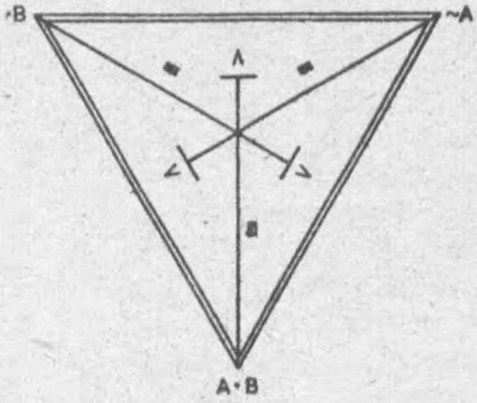
Wobec tego terminy kwadratu logicznego można ułożyć w trójkąt sprzeczności, zarysowany już w sześciokącie Roberta Blanché, lecz wymagający w stosunku do niego uzupełnienia do kształtu takiego, jak przedstawiono na rys. 9.



Rys. 9. ∿A - zakaz, ∿B - obowiązek, A • B - uprawn...

Jak jednak powiedziano wyżej, oprócz tego, że terminy "obowiązek", "zakaz" i "uprawnienie" są ze sobą odpowiednio w relacjach sprzeczności, są one też w relacji przeciwieństwa (w formie alternatywy), każdy z terminów z alternatywą dwóch pozostałych. Pozwala nam to utworzyć drugą wersję trójkąta logicznego (rys. 10).

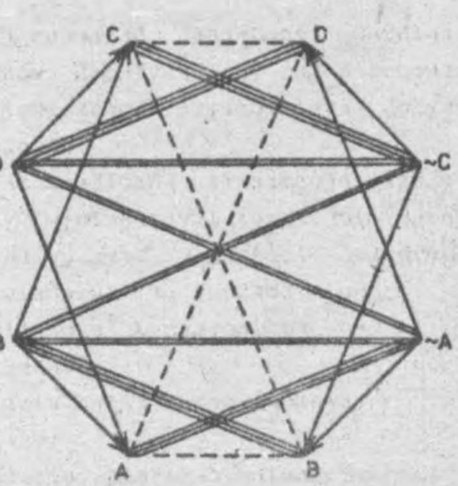
Uznać zatem należy, że sześciokąt logiczny jest dzięki możliwości przejścia od struktury kwadratu do struktury trójkąta (i odwrotnie), mimo dwuznaczności języka naturalnego, równie przydatny do obrazowania relacji między wyrażeniami modalnymi, jak i normami. Wydaje się, że statystycznie rzecz biorąc, częściej spotykana jest struktura trójkątna: gdy mówimy, że ktoś ma uprawnienia do wykonania pewnej czynności, to rozumiemy przez to, że nie jest on do wykonania tej czynności zobowiązany, a to oznacza zawieranie się w terminie "uprawnienie do..." terminu "uprawnienie do nie...". Na przykład słownik języka francuskiego stwierdza: "Uprawnienie jest z natury swej fakultatywne: do wykorzystania przez tego, kto chce". Niemniej znajdziemy z pewnością takie przypadki użycia języka naturalnego, które przemawiają za strukturą kwadratu: jeżeli ktoś, np. zarzuca mi, że mieszam się do spraw moich dzieci, odpowiem mu z pewnością, że mam do tego prawo (uprawnienie), i dodam być może, że mam do tego nie tylko prawo, ale i obowiązek.



Rys. 10

Zaskakującym tutaj terminem, często słyszanym w życiu codziennym, jest "nie tylko", ponieważ jeśli czasami mam prawo i obowiązek zajmowania się moimi dziećmi, to jest to "uprawnienie do..." wykluczające "uprawnienie do nie...". Tak właśnie rozumiane "uprawnienie do..." wystarcza do określenia również tego, co określamy terminem "obowiązek". Przy przejściu zatem od terminu "uprawnienie do..." do terminu "obowiązek" nie zachodzi krzyżowanie się znaczeń tych terminów sugerowane przez wyrażenia "nie tylko... ale także...". Trudność ta, nierozłącznie związana z potocznym sposobem wyrażania się, dobrze ilustruje fakt wykorzystywania przez język zarówno naturalny, jak i np. prawniczy, dwóch możliwych znaczeń terminu "uprawnienie".

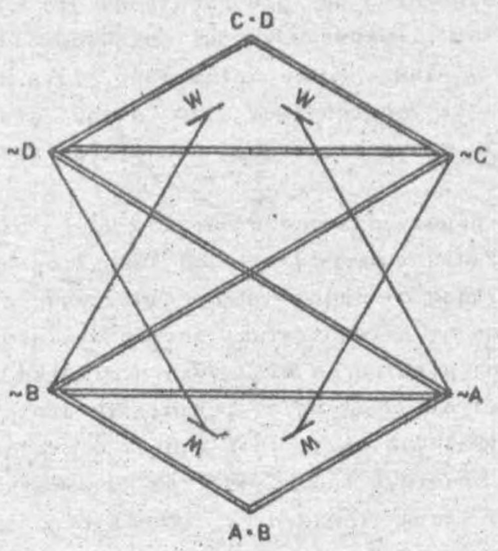
Kolejnym problemem rozważanym przez Jean-Louis Gardiesa jest wzajemny stosunek terminów modalnych i deontycznych. Autor zdecydowanie odrzuca koncepcję całkowitej nierozróżnialności tych terminów i zajmuje się analizą zależności relacji między kolejno zestawianymi ze sobą terminami modalnymi i deontycznymi. Brak tu miejsca na przytoczenie tych interesujących analiz, zajmiemy się tylko wnioskami z nich wypływającymi: wśród 16 rozpatrzonych, dwie i tylko dwie relacje są jednoznaczne: relacja przeciwieństwa między terminami "konieczne" i "zabronione" oraz także relacja przeciwieństwa między terminami "niemożliwe" i "obowiązkowe". Stosując odpowiednie rachunki logiczne można z tych dwóch relacji otrzymać pozostałe. Całość ilustruje ośmiokąt przedstawiony na rys. 11.



11. A - dozwolone, B - fakultatywne, C - możliwe, D - przypadkowe, ~A - zabronione, ~B - obowiązkowe, ~C - niemożliwe, ~D - konieczne

W ośmiokącie tym cztery wyższe wierzchołki są odpowiednikami wierzchołków kwadratu logicznego dla terminów modalnych, natomiast cztery wierzchołki niższe są odpowiednikami wierzchołków kwadratu logicznego dla terminów deontycznych. Oczywiście także i tutaj autor wprowadza system trójkątny jako drugi sposób użycia rozważanych terminów (zob. rys. 12).

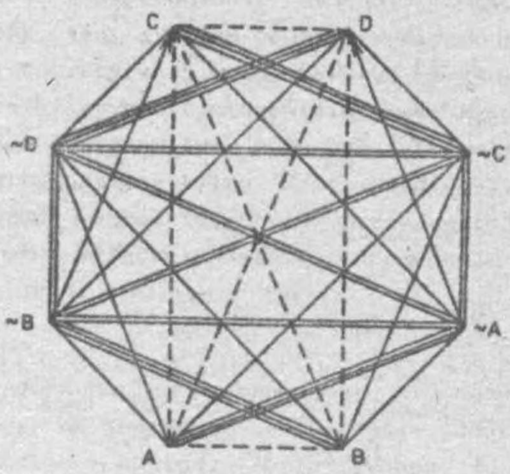
Porównanie obu systemów wskazuje jasno, że odpowiadające sobie relacje nie są w nich takie same, np.: zdanie "obowiązkowe implikuje możliwe" jest prawdziwe bądź fałszywe w zależności od tego, czy zdefiniujemy termin "możliwe" jako sprzeczny z terminem "niemożliwe", czy też po prostu jako termin ogólnie przeciwny przypadkowości rzeczy możliwych. Zachodzenie niektórych relacji możliwe jest także do udowodnienia na drodze algebraicznej. Uzupełniając tą drogą zarówno system czworokątny, jak i system trójkątny, uzyskujemy ich kompletność polegającą na tym, że każdy z terminów systemu łączy się odpowiednimi relacjami z pozostałymi siedmioma względnie pięcioma terminami. Ilustrują to kolejno rys. 13 i 14.



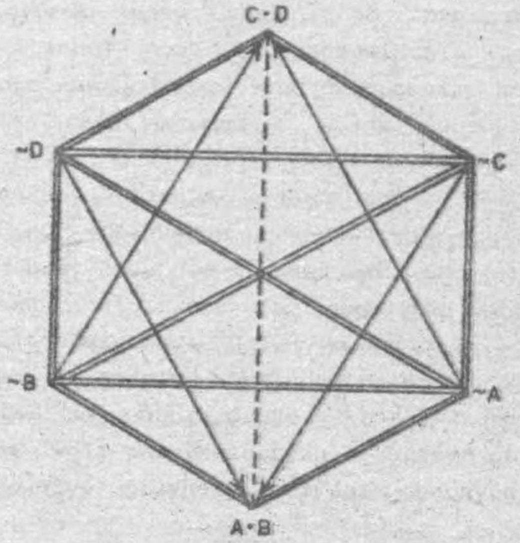
Rys. 12. A • B - dozwolone-fakultatywne, C • D - możliwe-przypadkowe, ∼A - zabronione, ∼B - obowiązkowe, ∼C - niemożliwe, ∼D - konieczne

Przedstawione struktury nie wyczerpują wszystkich możliwych (i spotykanych w praktyce) sposobów użycia terminów modalnych i deontycznych: Jean-Louis Gardies prezentuje jeszcze strukturę pośrednią czworokątno-trójkątną (siedmiokąt), a także rozważa możliwość zastępowania w swych systemach pewnych relacji - innymi[5]. Nie o mnożenie systemów przecież jednak chodzi. Interesują tu nas bardziej wspólne algebraiczne własności systemów. Okazuje się więc, że piętnaście relacji tworzących podstawowy ośmiokąt logiczny (deontyczny bądź modalny) można otrzymać na

[5] J. L. G a r d i e s, *Essai sur les fondements a priori de la rationalite morale et juridique*, Paryż 1972; t e n ż e, *Modalites et normes*, Archiv fur Rechts - und Socialphilosophie (ARSP), t. LXII/4, 1976.



Rys. 13



Rys. 14

gruncie dowolnego systemu rachunku zdań uzupełnionego jednym aksjomatem, który może być na przykład:

Jeśli jest konieczne (obowiązkowe), że p, to jest możliwe (dozwolone), że p.

Tym samym miast rozpatrywać systemy modalne stworzone przez C. I. Lewisa i jego następców, a także systemy deontyczne stworzone przez G. H. von Wrighta oraz dodawać do nich nowe, możemy ograniczyć się do badania systemów podstawowych otrzymywanych z połączenia dowolnego rachunku zdań z dwoma ośmiokątami logicznymi: deontycznym i modalnym. Na przykład system taki otrzymamy biorąc, dziś już klasyczny, rachunek zdań Łukasiewicza (z jego trzema aksjomatami, trzema regułami wnioskowania i odpowiednimi definicjami) oraz dwa następujące aksjomaty, w których "□" oznacza funktor konieczności, a "◇" oznacza funktor możliwości, "S" oznacza zobowiązanie, a "P" oznacza uprawnienie (dozwolenie):

Ax 1 $\Diamond p \subset \Box p$,

Ax 2 $Sp \supset Pp$.

System ten, zarazem modalny i deontyczny, może stanowić dla nas punkt wyjścia do dalszych rozważań nad problemem zależności logicznych między terminami modalnymi i deontycznymi.

Tak historia, jak i dzień dzisiejszy logiki możliwie szeroko rozumianej przekonuje nas, że istnieją cztery (nie zawsze jasne) sposoby analizy wspomnianych zależności:

I. Można na wstępie założyć, że "zobowiązanie, że p implikuje możliwość, że p" odpowiada aksjomatowi:

Ax 3 $Sp \supset \Diamond p$.

Miałoby to swój odpowiednik w filozofii Kanta, który uważał, że obowiązek zakłada z góry wolność. Lecz tam owo "zakładanie z góry" jest natury bardzo szczególnej, gdyż przekracza granice uzasadnienia teoretycznego.

Należy jednak zwrócić uwagę na fakt, pomijany przez Kanta, iż nie można dowolnego działania uczynić obowiązkowym; nim to uczynimy, musimy się upewnić, że podjęcie tego działania jest możliwe. Istotę rzeczy ujmuje tu przysłowie: *"A l'impossible nul n'est tenu"* (nie można od nikogo wymagać rzeczy niemożliwych).

Jean-Louis Gardies dowodzi[6], że dodanie aksjomatu Ax 3 do

[6] *Ibid.*

systemu rachunku zdań uzupełnionego aksjomatami Ax 1 i Ax 2 wystarcza do udowodnienia w tak otrzymanym systemie siedmiu następujących twierdzeń:

1° $S\sim p \supset \Diamond\sim p$,
2° $\Box p \supset Pp$,
3° $\Box\sim p \supset P\sim p$,
4° $Sp \mid \Box\sim p$,
5° $S\sim p \mid \Box p$,
6° $Pp \vee \Diamond\sim p$,
7° $P\sim p \vee \Diamond p$.

II. System silniejszy otrzymamy przyjmując dodatkowo aksjomat:

$$\text{Ax 4} \quad \Box p \supset Sp.$$

Dzięki temu to, co jest konieczne, jest tym samym obowiązkowe. Aksjomat Ax 4 jest silniejszy od aksjomatu Ax 3, ponieważ można z niego wyprowadzić aksjomat Ax 3 na gruncie dowolnego rachunku zdań uzupełnionego aksjomatami Ax 1, Ax 2 i oczywiście Ax 4 (definiując przy tym terminy deontyczne i modalne). Dzięki aksjomatowi Ax 4 możemy otrzymać w rozważanym systemie siedem twierdzeń dodatkowych (których nie można otrzymać przyjmując aksjomat A3), a mianowicie:

8° $\Box\sim p \supset S\sim p$,
9° $Pp \supset \Diamond p$,
10° $P\sim p \supset \Diamond\sim p$,
11° $Pp \mid \Box\sim p$,
12° $P\sim p \mid \Box p$,
13° $Sp \vee \Diamond\sim p$,
14° $S\sim p \vee \Diamond p$.

Szkic podobnego systemu znajdujemy u G. W. Leibniza[7] w jego *Elementa juris naturalis*, gdzie w szczególności aksjomat Ax 4 odnajdujemy w formie: "*Omne necessarium debitum est*".

III. G. W. Leibniz w tym samym dziele opracował inny system zależności między modalnościami i normami, oparty na swoistej równoważności między obowiązkiem *(debitum)* i szczególnym typem konieczności *(necessarium amanti omnes)*; zawiera on między innymi takie dwa twierdzenia:

---

[7] G. Kalinowski, J. L. Gardies, *Un logicien déontique avant la lettre: Gottfried Wilhelm Leibniz*, ARSP, t. LX/1, 1976.

1. *Omne necessarium amanti omnes debitum est.*
2. *Omne debitum necessarium est amanti omnes.*

Taki system otrzymamy dodając do poprzedniego następny aksjomat:

Ax 5 $Sp \supset \Box p$,

będący po prostu implikacją odwrotną do tej z aksjomatu A4. Otrzymamy siedem dalszych twierdzeń:

15° $S{\sim}p \supset \Box{\sim}p$,
16° $\Diamond p \supset Pp$,
17° $\Diamond{\sim}p \supset P{\sim}p$,
18° $Pp \vee \Box{\sim}p$,
19° $P{\sim}p \vee \Box p$,
20° $Sp \mid \Diamond{\sim}p$,
21° $S{\sim}p \mid \Diamond p$.

Należy tu zaznaczyć, iż Jean-Louis Gardies zbudował powyższy system przed odnalezieniem w pracach Leibniza jego o trzy wieki wcześniejszego odpowiednika.

IV. Dzięki analizie semiotycznej wreszcie Jean-Louis Gardies uważa, że istniejący w potocznym użyciu pewien wspólny sens terminów "konieczność" i "obowiązek" pozwala dostrzec relację między nimi daleką od implikacji. Jest to raczej przeciwieństwo (sprzeczność) ze względu na niezaprzeczalny fakt, iż obowiązkowymi są w naszym odczuciu takie działania, których ewentualnie moglibyśmy nie dokonać.

Odpowiedni system otrzymamy dodając aksjomat:

Ax 6 $Sp \mid \Box p$.

Dzięki niemu można wyprowadzić następne twierdzenia systemu:

22° $S{\sim}p \mid \Box{\sim}p$,
23° $Pp \vee \Diamond p$,
24° $P{\sim}p \vee \Diamond{\sim}p$,
25° $\Box{\sim}p \supset Pp$,
26° $\Box p \supset P{\sim}p$,
27° $Sp \supset \Diamond{\sim}p$,
28° $S{\sim}p \supset \Diamond p$.

Oczywiście aksjomaty noszące tu kolejne numery 3, 4, 5 i 6 nie wyczerpują wszystkich możliwych sposobów różnicowania omawianych systemów logicznych, są jednak najbardziej dla nich reprezentatywne. Aksjomat Ax 3 wydaje się być najmniej dyskusyjny - odnajduje się go we wszystkich systemach zakładających jakiekolwiek relacje między normami i modalnościami albo w postaci aksjomatu, albo w postaci twierdzenia danego systemu. Różnica między aksjomatem Ax 4 a aksjomatem Ax 6 polega głównie na przyjęciu między koniecznością a obowiązkiem relacji implikacji bądź wykluczania: obydwie te koncepcje (w pewnym sensie przeciwne) dadzą się odnaleźć w praktycznym użyciu wymienionych terminów.

Aksjomat Ax 5 wreszcie spotyka się prawie zawsze łącznie z aksjomatem Ax 4 w pewnych koncepcjach na poły mistycznych, takich, jak ta młodego Leibniza, gdzie obowiązek miesza się i znosi z pewną formą konieczności.

Wszystkie systemy, które można otrzymać uzupełniając rachunek zdań dowolną liczbą aksjomatów wybranych spośród Ax 1, ..., Ax 6, są niesprzeczne. Można to wykazać przy pomocy matrycy 1.

Matryca 1

$p \supset q$	0 1	$\sim p$	$\Diamond p$	Pp
0	1 1	1	1	1
*1	0 1	0	1	1

Daje się udowodnić, że trzy aksjomaty systemu Łukasiewicza, podobnie jak sześć wymienionych wyżej aksjomatów uzupełniających, przyjmują zawsze wyróżnioną wartość logiczną (oznaczoną gwiazdką) niezależnie od wartości logicznych przyjmowanych przez wchodzące w ich skład zmienne zdaniowe. Co więcej, własność przyjmowania wyróżnionej wartości logicznej jest "dziedziczona" przez wyrażenia otrzymane z wyżej wymienionych przy pomocy reguł podstawiania, zastępowania i odrywania. Jeżeli oznaczymy przez "a" dowolną otrzymaną w ten sposób tezę, jej wartość logiczna wynosić będzie 1. Zgodnie z podaną matrycą wyrażenie "a" przyjmie wówczas wartość logiczną 0. Zatem wyrażenie to nie może być otrzymane z podanych aksjomatów przy pomocy wymienionych reguł. Dzięki temu nie można w rozważanym systemie logicznym otrzymać dwóch zdań, z których jedno byłoby po prostu negacją drugiego.

Z drugiej strony sześć omawianych aksjomatów nie jest wzajemnie niezależne. W szczególności:

1) aksjomaty Ax 4 i Ax 2 implikują aksjomat Ax 3,

2) aksjomaty Ax 5 i Ax 1 implikują aksjomat Ax 3,

3) aksjomaty Ax 3 i Ax 4 implikują aksjomat Ax 1,

4) aksjomaty Ax 5 i Ax 3 implikują aksjomat Ax 2.

Wypływa stąd ogólny wniosek: cztery rozważone wyżej sposoby analizy zależności między normami a modalnościami (punkty I do IV) prowadzą do wyróżnienia czterech systemów logicznych opartych na następujących aksjomatach (zawierających oprócz tego także dowolny rachunek zdań):

I. System słaby, formalizujący intuicje Kanta, wedle których obowiązek implikuje możliwość, oparty na aksjomatach Ax 1, Ax 2 i Ax 3.

II. System silniejszy, formalizujący intuicje Leibniza, wedle których konieczność implikuje obowiązek, oparty na aksjomatach Ax 2 i Ax 4.

III. System najsilniejszy, odpowiadający innej koncepcji Leibniza, wedle której relacja między koniecznością a obowiązkiem nie jest implikacją, lecz równoważnością, oparty na aksjomatach Ax 1, Ax 2 i Ax 3.

IV. System, w którym obowiązek implikuje możliwość, a między koniecznością i obowiązkiem zachodzi relacja przeciwieństwa, oparty na aksjomatach Ax 1, Ax 2, Ax 3 i Ax 6.

W każdym z tych systemów łatwo jest sprawdzić niezależność każdego z przyjętych aksjomatów od pozostałych. W tym celu konstruuje się odpowiednie matryce różniące się od matrycy 1 wartościami dwóch ostatnich kolumn, przy czym jedynka pozostaje zawsze wartością wyróżnioną. Matryce te dobiera się tak, aby:

1) wszystkie aksjomaty systemu przyjmowały wyróżnioną wartość logiczną po przyjęciu aksjomatu, którego niezależność badamy;

2) reguły podstawiania, zastępowania i odrywania prawidłowo transponowały wyróżnioną wartość logiczną.

Dwie ostatnie kolumny matryc, odpowiadających powyższym warunkom, są następujące:

dla systemu I:

aksjomat Ax 1

$\Diamond p$	Pp
0	1
0	1

aksjomat Ax 2

$\Diamond p$	Pp
1	0
1	0

aksjomat Ax 3

$\Diamond p$	Pp
0	1
1	0

lub

$\Diamond p$	Pp
1	0
0	1

dla systemu II:

aksjomat Ax 2

$\Diamond p$	Pp
0 lub 1	0
0 lub 1	0

aksjomat Ax 4

$\Diamond p$	Pp
0	1
0 lub 1	0 lub 1

lub

$\Diamond p$	Pp
0 lub 1	0 lub 1
0	1

dla systemu III:

aksjomat Ax 4

$\Diamond p$	Pp
0	1
1	1

lub

$\Diamond p$	Pp
1	1
0	1

aksjomat Ax 5

$\Diamond p$	Pp
1	0
1	1

$\Diamond p$	Pp
1	1
1	0

aksjomaty Ax 1, Ax 2 lub Ax.3

$\Diamond p$	Pp
0	0
0	0

dla systemu IV:

aksjomat Ax 1

$\Diamond p$	Pp
0	1
0	1

aksjomat Ax 2

$\Diamond p$	Pp
1	0
1	0

aksjomat Ax 3

$\Diamond p$	Pp
0	1
1	0

lub

$\Diamond p$	Pp
1	0
0	1

aksjomat Ax 6

$\Diamond p$	Pp
0	0
1	1

lub

$\Diamond p$	Pp
1	1
0	0

W artykule przedstawiono w skrótowej formie poglądy Jean-Louis Gardiesa dotyczące problemu podstaw algebry deontycznej i modalnej. Odsyłając w sprawie szczegółów do cytowanych prac, autor chciałby na zakończenie zastanowić się jeszcze nad sensem rozwijania prezentowanej tutaj problematyki.

Bardzo często logicy, tworząc jakiś system deontyczny czy modalny, zadowalają się podaniem formalnych zależności systemu, pomijając jego podstawy filozoficzne, semiotyczne etc. Niezależnie od tego, czy czynią to w sposób świadomy uznając, że nie należą one do logiki, czy też nieświadomie traktują pewne sprawy jako oczywiste - cierpi później na tym ocena systemu, zwłaszcza jego przydatności praktycznej, będącej jednym z celów nadrzędnych.

Jean-Louis Gardies stara się takiej właśnie sytuacji uniknąć. Czyni to świadomie, w myśl ogólnych sformułowanych przez siebie wymagań dotyczących logiki deontycznej użytecznej dla prawników[8]. Niektóre z jego postulatów odnieść można także i do logiki modalnej.

Nowa logika deontyczna[9] winna być podobna do już istniejących logik, lecz także musi spełniać poniższe dodatkowe warunki, nie spełniane przez istniejące już systemy:

1. Dobra logika powinna w swych twierdzeniach uwzględniać istniejący stan rzeczy zarówno w etyce, jak i w prawie, lecz nie może ślepo go naśladować.

Warunek ten wprowadza się po doświadczeniach z matematyką, w której dopiero po pewnej "reorganizacji" można było zastosować logikę w celu formalizacji.

2. Dobra logika winna liczyć się ze znaczeniami nadawanymi przez prawników funktorom deontycznym.

---

8. J. L. Gardies, *Die heutigen Aufgaben der Logik gegenüber dem rechtlichen Denken*, materiały z: *Sesion internationele pour les problèmes de logique juridique*, Salzburg 1976.

9. J. Gregorowicz, *Quelques problèmes actuels de la logique juridique, et propositions pour une solution* (maszynopis).

W szczególności należy wyeliminować wieloznaczny charakter funktora "dozwolenie", jeśli przy jego pomocy (oraz negacji tegoż) chce się zdefiniować pozostałe funktory. Należy wprowadzić dwojaką symbolikę:

a) dla dozwolenia "słabego", dla którego prawdziwe jest twierdzenie:

$$P(p \vee q) \equiv (Pp \vee Pq),$$

b) dla dozwolenia "silnego", dla którego prawdziwe jest twierdzenie:

$$P(p \vee q) \equiv (Pp \bullet Pq).$$

3. Taka logika winna zawierać pewne twierdzenia charakterystyczne dla rozumowań etycznych i prawniczych, takich jak:

a) $Op \rightarrow Pp$,

b) $O(p \bullet q) \equiv (Op \bullet Oq)$,

(zauważmy: w powyższych przypadkach chodzi o "słabe" dozwolenie i "mocne" zobowiązanie).

Nie powinna jednak zawierać twierdzeń w rodzaju:

a) $p \rightarrow Pp$,

b) $Op \rightarrow p$.

4. Dobra logika winna nadto zawierać prawa łączące normy i zdania, a także nie powinna odrzucać całego rachunku zdań.

5. Winna także zawierać logikę modalną, ponieważ musi uwzględniać takie wyrażenia, jak np. $Op \rightarrow Mp$.

6. Dobra logika winna także zawierać funktory wieloargumentowe (co najmniej trzyargumentowe), ponieważ wśród norm zawsze jest co najmniej jedna taka, która zobowiązuje kogoś do wypełnienia pewnej czynności względem kogoś innego.

7. Ta logika nie może zawierać modalności wtórnych *(iterated modalites)*.

8. Aby logika ta była użyteczna dla prawników należy opracować metodę rozstrzygania o tym, które wyrażenia są, a które nie są jej twierdzeniami. Normatywne akceptowanie twierdzeń nie może zależeć od wrażliwości naszych sądów, to znaczy od intuicji. Semantyka typu Kripkego utworzona dla logiki deontycznej przez Hausona i Cressvella[10] wskazuje, że można tworzyć systemy rozstrzygalne tej logiki.

---

[10] J. L. G a r d i e s, *La logique deontique te ses semantiques possibles* (maszynopis).

Nie wszystkie z powyższych postulatów są realizowane przez Jean-Louis Gardiesa w jego podstawach algebry deontycznej i modalnej. Wie jednak o tym i przyznaje to otwarcie sam autor. Niewątpliwie jednak dotychczasowe jego osiągnięcia wyznaczają pewien etap rozwoju logik deontycznych i modalnych; wytyczają także kierunki dalszych badań, które przecież nie zostały zakończone.

Instytut Filozofii
Uniwersytet Łódzki

Jan Huszcza

LES BASES DE L'ALGÉBRE DEONTIQUE ET MODALE DE JEAN-LOUIS GARDIES

L'article présente les travaux du logicien français Jean-Luois Gardies concernant les logiques deontiques et modales.

Dans sa premiére partie on expose une suite des relations entre les termes deontiques et modales introduite par J. L. Gardies. Ces relations illustrées graphiquement se présentent comme des polygones correspondants (carré, hexagone etc.) de même que les a exposées J. L. Gardies.

L'analyse minutieuse de ces relations faite par lui permet de distinguer quelques unes d'entre elles comme les axiomes des systémes de la logique deontique ou modale. J. L. Gardies compare les résultats avec ceux de l'analyse linguistique effectuée et présentée dans l'article. Cela ména á la formulation par Gardies des quatre méthodes principales de l'analyse des problémes cités ci-dessus, décrites par lui l'une aprés l'autre avec les systémes logiques correspondants, leur axiomatique et leurs matrices appliquées.

Enfin on formule et analyse des postulats généraux auxquels, selon J. L. Gardies, doit convenir la logique deontique utile.