



ALEKSANDER GEMEL
UNIwersytet Łódzki

MODEL PODOBIEŃSTWA DLA TEORII PRZESTRZENI POJĘCIOWYCH – STUDIUM EMPIRYCZNE*

Wstęp

Aktualnie w naukach kognitywnych dominują dwa podejścia badawcze dające o sobie znać w odmiennych technikach modelowania reprezentacji poznawczych. Pierwszym z nich jest podejście symboliczne, zgodnie z którym modelowanie procesów poznawczych sprowadza się do ujmowania ich w kategoriach operacji obliczeniowych na abstrakcyjnych symbolach (szerzej na ten temat zob. Gärdenfors 2000: §2.2). Drugie podejście nosi miano asocjacionizmu, który pod postacią koneksjonizmu sprowadza się do modelowania procesów poznawczych za pomocą sztucznych sieci neuronowych (zob. Gärdenfors 2000: §2.3). Warto nadmienić, że obie procedury modelowania reprezentacji poznawczych nie są oczywiście względem siebie konkurencyjne, różnica między nimi polega bowiem jedynie na ujmowaniu odmiennych poziomów zjawisk mentalnych. Jednakże mimo wielu ogromnych zalet zarówno symbolizm jak i koneksjonizm natrafiają na poważne trudności związane z wyjaśnieniem genezy opisywanych przez siebie struktur pojęciowych. Proces genezy pojęć silnie związany jest bowiem z pojęciem podobieństwa, które jest w obu modelach niezwykle trudne do obliczeniowego zoperacjonalizowania, w taki sposób aby pozostawało ono w zgodzie z zasadami ekonomii poznawczej oraz licznymi warunkami stawianymi przed psychologicznie adekwatnym procesem poznania. Jednym z głównych celów opracowanej przez Gärdenforsa teorii przestrzeni pojęciowych jest właśnie wyjście naprzeciw tym trudnościom. Przestrzeń pojęciowa

* Badania przeprowadzone w pracy zostały sfinansowane dzięki wsparciu Narodowego Centrum Nauki, grant 2017/01/X/HS1/00788

ma stanowić więc rodzaj adekwatnego narzędzia reprezentowania struktury oraz opisu genezy konceptualnej warstwy doświadczenia mentalnego człowieka. Reprezentacje teorii przestrzeni pojęciowych, zgodnie z założeniem jej autora zostają ulokowane niejako „pomiędzy” poziomem reprezentacji symbolicznych i koneksjonistycznych, w postulowanej przezeń strukturze metodologicznej kognitywistyki. Jako takie stanowią one więc tak zwane reprezentacje poziomu środkowego, a posługująca się nimi teoria przestrzeni pojęciowych ma w zamierzeniu jej autora stanowić propozycję teoretyczną będącą swoistą *lingua franca* dla symbolizmu i koneksjonizmu. Naczelnym założeniem stworzonej przez Gärdenforsa teorii jest idea, zgodnie z którą znaczenie może zostać opisane w kategoriach zorganizowanych abstrakcyjnych struktur przestrzennych, tj. między innymi przy pomocy terminów zapożyczonych z geometrii oraz algebry wektorowej (szerzej na ten temat zob. Gärdenfors 2000). W tych kategoriach zdaniem Gärdenforsa można opisać cały pojęciowy zakres przeżyć mentalnych człowieka, od pojęć ugruntowanych w doświadczeniach percepcyjnych poprzez nienaoczne pojęcia o charakterze abstrakcyjnym, aż po złożone relacje pojęciowe wysokiego rzędu wyrażające np. zmiany w paradygmatycznych strukturach teorii naukowych (zob. Zenker & Gärdenfors 2015). Główną jednak zaletą tej koncepcji jest intuicyjna reprezentacja podobieństwa jako odległości opisanej na takowej pojęciowej przestrzeni, i to w głównej mierze ona umożliwia wygodny i obliczeniowo sprawny opis genezy struktury pojęciowej człowieka. Stąd jej niebagatelna przydatność z punktu widzenia dociekań kognitywistycznych.

Geometryczny model podobieństwa

Jak wcześniej wspomniałem kluczowym elementem modelu przestrzeni pojęciowych jest powiązanie funkcji odległości z podobieństwem dwóch obiektów reprezentowanych przez punkty. Rzecz jasna, aby owo podobieństwo mogło podlegać efektywnej i mierzalnej ocenie, na przestrzeni pojęciowej musi zostać określona metryka, która bazując na obustronnej funkcjonalnej korespondencji między odległością punktów reprezentujących obiekty w przestrzeni a ich podobieństwem, odpowiada za kodowanie informacji o podobieństwie porównywanych zjawisk. Takowa metryka przybiera

jedną z określonych postaci uogólnionej metryki Minkowskiego danej wzorem:

$$d(x, y) = \left\{ \sum_{k=1}^n |x_k - y_k|^r \right\}^{1/r} \quad r \geq 1$$

gdzie $d(x, y)$ to odległość między punktem x oraz punktem y , x_k i y_k odnoszą się odpowiednio do pozycji punktu x oraz pozycji punktu y na osi k , n stanowi liczbę konstytutywnych wymiarów, zaś współczynnik r , który może przyjmować wartość w przedziale od 1 do nieskończoności, określa z jaką konkretną metryką mamy do czynienia (tak np. dla wartości $r = 1$ będzie to metryka miejska, zaś wartość współczynnika $r = 2$ definiuje metrykę euklidesową).

Co istotne, każda metryka jako skonkretyzowana postać uogólnionej odległości Minkowskiego, musi spełniać cztery podstawowe aksjomaty: identyczności, nieujemności, symetryczności i nierówności trójkąta. Formalnie rzecz biorąc, metryka określona na zbiorze X to innymi słowy funkcja o postaci $d: X \times X \rightarrow \mathbb{R}$ (gdzie \mathbb{R} jest zbiorem liczb rzeczywistych), która dla dowolnych punktów x, y, z należących do zbioru X spełnia cztery poniższe warunki:

$$(Ax.1) \quad d(x, y) = 0 \Leftrightarrow x = y \quad (\text{aksjomat identyczności})$$

$$(Ax.2) \quad d(x, y) \geq 0 \quad (\text{aksjomat nie-ujemności})$$

$$(Ax.3) \quad d(x, y) = d(y, x) \quad (\text{aksjomat symetryczności})$$

$$(Ax.4) \quad d(x, z) \leq d(x, y) + d(y, z) \quad (\text{aksjomat nierówności trójkąta}).$$

Warunki (Ax.1) i (Ax.2) często są przedstawiane w postaci koniunkcji określanej mianem aksjomatu minimalności:

$$(Ax.1') \quad d(x, y) \geq 0 \wedge (d(x, y) = 0 \Leftrightarrow x = y) \quad (\text{aksjomat minimalności}).$$

Przyjęcie geometrycznego modelu podobieństwa, tj. powiązanie w modelu reprezentacyjnym relacji podobieństwa z określoną metryką, nie pozostaje jednak bez wpływu na kształt koncepcji podobieństwa. Tak modelowane podobieństwo musi bowiem pozostawać w zgodzie z powyższą aksjomatyką metryki Minkowskiego. Innymi słowy psychologicznie pojęta relacja podobieństwa musi być relacją zwrotną, symetryczną oraz przechodnią, aby dała się skutecznie wymodelować w przestrzeni pojęciowej w zgodzie z aksjomatami minimalności, symetryczności i nierówności trójkąta. Właśnie zgodność psychologicznie rozumianej relacji podobieństwa z formalnym modelem matematycznym stała się głównym punktem krytyki wymierzonej w model geometryczny. Krytyka ta miała przy tym w przeważającej większości charakter empiryczny, sprowadza się ona bowiem do próby wykazania, że dane eksperymentalne jednoznacznie potwierdzają niesymetryczny, niezwrotny i nieprzechodni charakter podobieństwa pojmowanego w kategoriach psychologicznych. W konsekwencji tak rozumiane podobieństwo miało uchodzić za niemożliwe do ujęcia za pomocą opartego na aksjomatach minimalności, symetryczności i nierówności metrycznej modelu geometrycznego (szerzej na ten temat zob. Gemel 2016). Spośród wszystkich krytycznych argumentów najbardziej problematyczna okazała się jednak argumentacja Tverski'ego wskazująca na asymetryczny charakter relacji podobieństwa. Asymetryczny charakter tej ostatniej odpowiada bowiem za główne trudności psychologicznie adekwatnej reprezentacji podobieństwa w modelu geometrycznym, która pozostawałaby jednocześnie w zgodzie z podstawową aksjomatyką tegoż modelu.

Problem asymetryczności relacji podobieństwa

Jak wcześniej wspominałem argumentacja przedstawiona przez Tversky'ego (1977: 328) wydaje się być najbardziej problematyczną – i co gorsza w dalszym ciągu zasadną – krytyką tezy o spójności geometrycznych modeli podobieństwa. Wynika z niej bowiem, że relacja podobieństwa ujęta w kategoriach psychologicznych jest niesymetryczna, a co za tym idzie niemożliwa do reprezentacji w modelu geometrycznym bez pogwałcenia aksjomatu symetrii (Ax.3). Krytykę reguły symetrii Tversky przedstawił w serii eksperymentów, które dotyczyły oceny podobieństwa między państwami. W pierwszej

serii eksperymentu skonstruował on 21 par państw podług schematu zgodnie z którym pierwszy kraj w parze odznaczał się większym stopniem prominenacji niż drugi (Np. Chińska Republika Ludowa – Wietnam północny, USA – Meksyk). W drugiej serii eksperymentów dwie grupy badanych dostały przygotowane wcześniej pary. Wewnętrzny porządek par był różny w dwóch grupach, tj. jeżeli jedna para dostała „stopień podobieństwa a do b ”, to druga dostała „stopień podobieństwa b do a ”. Kraj bardziej wyróżniający się w połowie przypadków pojawiał się w każdej pozycji. Z przeprowadzonego eksperymentu jednoznacznie wynikało, że stopień podobieństwa między elementami a i b , oraz między b i a , wykazywał silną asymetrię na korzyść elementu o mniejszym stopniu prominenacji. Innymi słowy, kraj o większym stopniu prominenacji (np. ZSRR) był uznawany za mniej podobny do kraju o mniejszym stopniu prominenacji (np. PRL), niż odwrotnie, częściej również według ankietowanych służył on jako punkt odniesienia. Jeżeli zatem relacja podobieństwa faktycznie jest asymetryczna, to powstaje problem jej właściwej reprezentacji w modelu geometrycznym jako funkcji odległości. Ta ostatnia z definicji powinna bowiem pozostawać w zgodzie z aksjomatem symetryczności (Ax.3).

Model podobieństwa autorstwa Gärdenforsa również nie jest wolny od problemu asymetrycznego ukierunkowania relacji podobieństwa w stronę obiektu o mniejszym stopniu ważności. Jego autor przyjmuje co prawda kontekstowy model podobieństwa, który umożliwia mu zróżnicowanie stopnia ważności wymiarów jakościowych porównywanych obiektów i tym samym wpisanie pewnych niuansów kontekstowych do relacji podobieństwa. Model ten dany jest wzorem:

$$s_K(x, y) = \sqrt{\sum_{k=1}^n w_k \cdot (x_k - y_k)^2}$$

(gdzie S_k to wartość podobieństwa kontekstowego, zaś zmienna w_k – oznacza określoną zależną od kontekstu wagę, reprezentującą zmienny stopień istotności danego wymiaru k).

Zróżnicowanie stopnia istotności wymiaru wyznaczonego przez

funkcje kontekstu nie umożliwia jednakże wpisania w model Gärdenforsa zjawiska asymetrii relacji podobieństwa. Porównując bowiem dwa obiekty pozostające w asymetrycznej relacji podobieństwa kontekst ich porównywania pozostaje bowiem zwykle ten sam, co ma swoje odzwierciedlenie jedynie w wyróżnianiu jednej z domen jako bardziej istotnej w procesie porównania. Innymi słowy, zarówno porównując USA do Meksyku, jak i Meksyk do USA, wyróżnioną domeną może być np. położenie geograficzne obu leżących w Północnej Ameryce państw, a mimo tego asymetryczność relacji podobieństwa w dalszym ciągu będzie występować. Problem ten można jednak ominąć modyfikując propozycje Gärdenforsa. Taka modyfikacja, która jest w stanie uporać się z krytycznymi argumentami Tversky'ego, może np. wykorzystywać wagi wyrażające stopniową relację istotności porównywanych obiektów z punktu widzenia badanych. Rozszerzony Model Kontekstowy dany byłby więc wzorem:

$$p_{RMKk}(x, y) = s_K(x, y) \times \frac{i_y}{i_x}$$

gdzie $s_K(x, y)$ oznacza symetryczną relację podobieństwa, zaś i_y oraz i_x stanowią oceniane przez badanych stopnie istotności obiektów y i x .

Jednakże prawdziwym probierzem adekwatności i skuteczności zaproponowanego powyżej modelu jest jego empiryczna weryfikacja. Ten tekst poświęcony jest zatem bezpośrednio temu zadaniu oraz porównaniu zaproponowanego modelu z innymi teoretycznymi propozycjami geometrycznego modelowania podobieństwa uwzględniającymi asymetryczność. W tym min. z modelem addytywnym Holmana (1979), (będącym swoistą geometryczną reprezentacją modelu podobieństwa Tversky'ego) wyrażonym wzorem:

$$p_{AMH}(x, y) = F[s_s(x, y) + r(x) + k(y)]$$

(gdzie F jest liniową funkcją rosnącą, s_s - symetryczną funkcją podobieństwa, zaś r (rzęd) i k (kolumna), są funkcjami odchylenia dla poszczególnych obiektów), oraz z jego wersją multiplikatywną zaproponowaną przez Nosofsky'ego (1987 i 1991):

$$p_{MMN}(x, y) = r(x) \times k(y) \times s_s(x, y)$$

Wszystkie trzy modele zostaną porównane z modelem uśrednionym, w którym relacja wyrażająca wartość funkcji przewidywanego podobieństwa jest symetryczna, tj.

$$p_{MU}(x, y) = p_{MU}(y, x) = \frac{p(x, y) + p(y, x)}{2}$$

Zgodnie z założeniami badania, model uśredniony ma dostarczać miary wielkości asymetryczności porównywanych bodźców, która zostanie wyrażona jako błąd w dwustronnej relacji podobieństwa. Innymi słowy błąd między podobieństwem obiektu x do y , oraz y do x , wyniesie zero tylko wtedy gdy relacja podobieństwa obu porównywanych obiektów będzie symetryczna, w każdym innym wypadku odchylenie będzie nas informować o skali asymetryczności badanej relacji. Sama empiryczna ewaluacja modelu przebiegała w serii eksperymentów częściowo inspirowanych słynnym badaniem Tversky'ego. Metoda i procedura formalna ewaluacji modeli została opisana poniżej.

Metoda badawcza

Dane empiryczne służące do ewaluacji modeli zostały pozyskane w oparciu o serie badań eksperymentalnych. W pierwszej serii uczestnicy byli proszeni o porównywanie stopnia wzajemnego podobieństwa 10 państw (USA, Wielka Brytania, Chiny, Korea Północna, Czechy, Słowacja, Niemcy, Austria, Brazylia, Argentyna) i umieszczenie odpowiedzi na 20 punktowej skali. Nazwy państwa były wyświetlane na ekranie komputera parami (łącznie 90 par) każda z par wyświetlana została w kolejności losowej.

Druga seria eksperymentu polegała na porównywaniu 10 zbliżonych do siebie odcieni kolorów spośród palety systemu RGB, różniących się jedynie parametrem G i B (kody RGB kolorów użyte do badania to: kolor 1: [255,0,255], kolor 2: [255,0,190], kolor 3: [255,0,130], kolor 4: [255,0, 80], kolor 5: [255, 0,0], kolor 6: [255,50,0], kolor 7: [255,100,0], kolor 8: [255,130,0], kolor 9: [255, 190,0], kolor 10: [255,255,0]). Samo badanie przebiegało analogicznie do pierwszej serii eksperymentu i polegało na porównaniu 90 par kolorowych kwadratów oraz ocenie ich stopnia podobieństwa na 20 punktowej skali.

W obu seriach eksperymentalnych brała udział zróżnicowana wiekowo 80 osobowa grupa; uczestnicy otrzymywali wynagrodzenie za udział w badaniu. Wszystkie bodźce były prezentowane w orientacji horyzontalnej za pośrednictwem przeglądarki HTML; uczestnicy byli proszeni o określenie stopnia podobieństwa elementu po lewej stronie do elementu po prawej stronie. Relacja auto-podobieństwa wyświetlanych bodźców nie była przedmiotem badania.

Otrzymane wyniki badawcze zostały porównane z danymi uzyskanymi na bazie wnioskowania statystycznego w oparciu o testowane modele. Sama ewaluacja bazowała na iteratywnej procedurze przeprowadzanej na losowo generowanych wartościach parametrów odchylenia, która zmierzała do minimalizacji uogólnionego średniego błędu względnego danego wzorem:

$$U\acute{S}WB = \sum_{\substack{x,y \\ x \neq y}} \left(\frac{p(x,y) - \tilde{p}(x,y)}{p(x,y)} \right)^2$$

(gdzie $\tilde{p}(x,y)$ to przewidywana wartość podobieństwa x do y). Porównywane w tekście modele zostały później poddane ewaluacji przy pomocy średniego błędu względnego danego wzorem:

$$\overline{WB} = \frac{U\acute{S}WB}{N}$$

gdzie, N to liczba nie-przekątniowych komórek w macierzy porównywanych państw lub kolorów.

Procedura ewaluacji modeli

Procedura ewaluacji testowanego modelu odbywała się przy pomocy algorytmu bazującego na iteratywnej procedurze przeprowadzanej w oparciu o losowo generowane wartości parametrów istotności. Warto nadmienić, że procedura ta operuje bezpośrednio na parametrach istotności porównywanych bodźców, nie zaś na odległościach w przestrzennych reprezentacjach pojęciowych. Pozwala nam to uniknąć konieczności czynienia dodatkowych założeń dotyczących relacji zachodzących między odległością w przestrzeni a reprezentowanym przezeń podobieństwem. Sama procedura składała

się z 7 kroków, które różnią się nieznacznie dla każdego z testowanych modeli (tj. Rozszerzonego Modelu Kontekstowego [P_{RMK}], Addytywnego Modelu Holmana [P_{AMH}], Multiplikatywnego Modelu Nosofsky'ego [P_{MMN}]). Jej celem była zaś minimalizacja uogólnionego średniego błędu względnego porównywanych modeli podobieństwa. Opis procedury dla poszczególnych modeli znajduje się poniżej:

Procedura dla [P_{RMK}]:

W pierwszym kroku dane z bazy zostają użyte do obliczenia symetrycznej relacji podobieństwa zgodnie ze wzorem: $s(x,y) = \sqrt{p(x,y) \cdot p(y,x)}$. Dla celów badania relacja $s(x,y)$, nie uwzględnia wagi kontekstowej (zmiennej w) dla poszczególnych wymiarów jakościowych obecnej w zaproponowanym przez Gärdenforsa wzorze na $s_K(x,y)$. Kontekst porównania nie jest bowiem w żaden sposób zoperacjonalizowany w ewaluacji modeli. W drugim kroku algorytm określa losową wartość istotności (i_x) dla wszystkich zmiennych x . Trzeci krok polega na wyliczeniu średniej wartości przewidywanej istotności danego bodźca zgodnie ze wzorem:

$$SI(x,y) = \frac{\frac{s(x,y) \cdot i_y}{p(x,y)} + \frac{p(y,x) \cdot i_y}{s(x,y)}}{2}$$

Krok czwarty polega na ustawieniu istotności dla każdego x proporcjonalnej do średniej. Krok piąty sprowadza się do obliczenia uogólnionego średniego błędu względnego ($U\acute{S}WB$), oraz zachowaniu pasujących parametrów dla najniższej wartości błędu. Krok szósty to powtórzenie procedury od 3-5 n razy dla $n = 1000$. Ostatni krok polega na podaniu najlepszych uzyskanych wartości parametrów oraz ustawieniu wartości $s(x,y)$ dla każdego x i y w taki sposób aby wartość $U\acute{S}WB$ była jak najmniejsza.

Procedura dla [P_{AMH}] i [P_{MMN}]:

W przypadku modeli addytywnego i multiplikatywnego procedura jest bardzo zbliżona do przedstawionej powyżej. W

pierwszym kroku dane z bazy zostają użyte do obliczenia symetrycznej relacji podobieństwa zgodnie ze wzorem:

$$s(x, y) = \frac{p(x, y) + p(y, x)}{2}$$

W drugim kroku algorytm określa losową wartość odchylenia $r(x)$, $k(x)$ dla wszystkich zmiennych x . Trzeci krok polega na wyliczeniu dla każdego x -a, przewidywanej wartości zmian parametrów $r(x)$ i $k(x)$, zakładając bieżące wartości r i k dla pozostałych obiektów, zgodnie ze wzorami:

$$\text{Dla } [P_{AMH}] \text{ (rząd)} \quad PZr(x) = \sum_{y=1}^N \frac{p(x,y) - s(x,y) - r(x) - k(y)}{2}$$

$$\text{Dla } [P_{AMH}] \text{ (kolumna)} \quad PZk(x) = \sum_{y=1}^N \frac{p(y,x) - s(x,y) - r(y) - k(x)}{2}$$

$$\text{Dla } [P_{MMN}] \text{ (rząd)} \quad PZr(x) = \sum_{y=1}^N \frac{p(x,y) - (s(x,y) \times r(y) \times k(x))}{2}$$

$$\text{Dla } [P_{MMN}] \text{ (kolumna)} \quad PZk(x) = \sum_{y=1}^N \frac{p(x,y) - (s(x,y) \times r(y) \times k(x))}{2}$$

Kolejny krok polega na ustawieniu prominenacji proporcjonalnej odpowiednio do $PZr(x)$ i $PZk(x)$. Pozostałe kroki pozostają takie same jak w przypadku procedury opisanej powyżej dla $[P_{RMKK}]$.

Wyniki ewaluacji

Po pierwszej serii badania indywidualne matryce wyników każdego z badanych zostały wykorzystane do oceny parametrów każdego z poszczególnych modeli podług powyżej opisanych procedur.

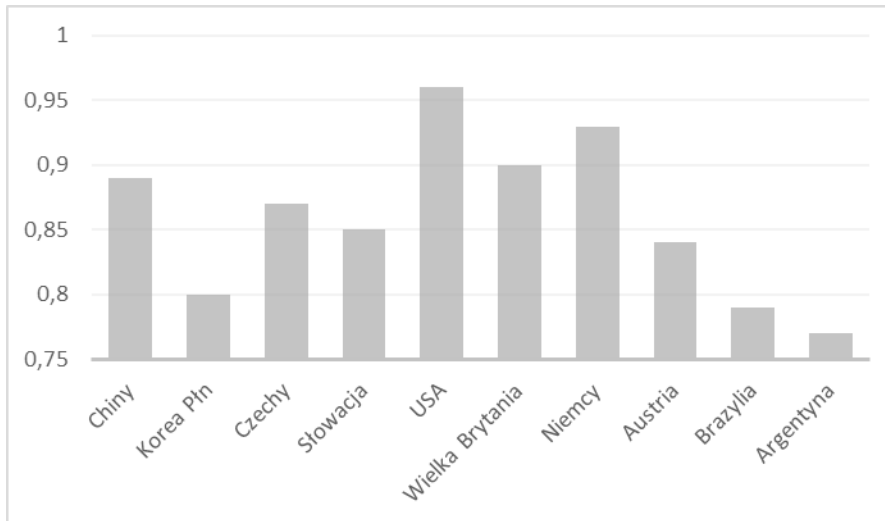
Miara średniego błędu zgodnie z równaniem $\overline{WB} = \frac{U\dot{S}WB}{N}$ była nieznacznie niższa w przypadku Rozszerzonego Modelu Kontekstowego $[P_{RMK}]$, niż w przypadku Addytywnego Modelu Holmana $[P_{AMH}]$ i Multiplikatywnego Modelu Nosofsky'ego $[P_{MMN}]$. Jednak wszystkie asymetryczne modele dały w konsekwencji zbliżone wyniki. Jedynie

wynik Modelu Uśrednionego [P_{MU}] dość znacznie odbiegał od pozostałych. Dane te są przedstawione poniższej tabeli:

P_{RMK}	P_{AMH}	P_{MNN}	P_{MU}
0,041	0,047	0,046	0,155
1	2	9	6

Tabela 1: Wartości średniego błędu testowanych modeli w opisie danych dotyczących oceny podobieństwa państw.

Szacunkowe średnie wartości istotności poszczególnych państw uzyskane na bazie Rozszerzonego Modelu Kontekstowego (rys. 1) wydają się być również całkiem intuicyjne. Dane te są jednak niezwykle podatne na efekty kontekstowe, gdyż państwa stanowią niezwykle złożone jakościowo bodźce. Dlatego też możliwość ich porównywania są bardzo szerokie, co zapewne skutkowało nie tylko uwzględnieniem przez uczestników badania różnej liczby aspektów porównywania każdej pary państw, lecz również odmiennych aspektów dla różnych par.



Rysunek 1: Szacowane relatywne wartości istotności dla państw

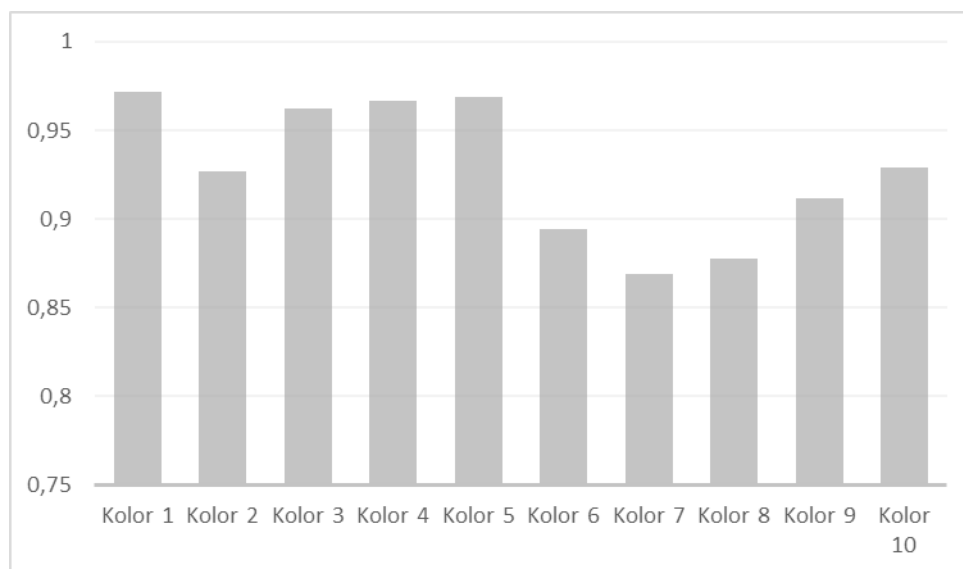
Do analizy danych pozyskanych w drugiej serii eksperymentu została zastosowana ta sama procedura. W przypadku kolorów miara średniego

błędu szacowanego zgodnie z równaniem $\overline{WB} = \frac{U\overline{SWB}}{N}$ również była nieznacznie niższa w przypadku Rozszerzonego Modelu Kontekstowego [P_{RMK}], niż w przypadku Addytywnego Modelu Holmana [P_{AMH}] i Multiplikatywnego Modelu Nosofsky'ego [P_{MMN}]. Podobnie jak w przypadku państw dane uzyskane z analizy podobieństwa kolorów również dowodzą znaczącej wyższości asymetrycznych modeli podobieństwa nad Modelem Uśrednionym [P_{MU}]. Podobnie jak w poprzedniej serii eksperymentalnej również w przypadku kolorów wszystkie wyniki modeli asymetrycznych były mocno zbliżone z nieznaczną przewagą Rozszerzonego Modelu Kontekstowego. Dane te zostały przedstawione w poniższej tabeli:

P_{RMK}	P_{AMH}	P_{MNN}	P_{MU}
0,032	0,046	0,044	0,217
9	3	6	8

Tabela 2: Wartości średniego błędu testowanych modeli w opisie danych dotyczących oceny podobieństwa kolorów.

Wzorzec istotności kolorów uzyskany na bazie Rozszerzonego Modelu Kontekstowego, (rys. 2) również dostarczył interesujących wyników badawczych. Co ciekawe rozkład istotności kolorów nie jest tak zróżnicowany jak miało to miejsce w przypadku państw, lecz możemy wyraźnie zaobserwować, że układa się on w trzy względnie zbliżone zbiory wielkości (tj. powyżej 0,95; pomiędzy 0,9 a 0,95; oraz poniżej 0,9 ale powyżej 0,85). Zapewne wpływ na taki rozkład wartości prominencji ma mniejsze oddziaływanie czynników kontekstowych, niż miało to miejsce w przypadku porównywania państw, co z kolei sprawia że jesteśmy skłonni podobne jakości percepcyjne grupować we wspólne bądź też mocno zbliżone klasy prominencji.



Rysunek 2: Szacowane relatywne wartości istotności dla kolorów

Podsumowanie

Zaprezentowana w pracy ewaluacja pokazuje, że spośród wszystkich analizowanych asymetrycznych modeli podobieństwa Rozszerzony Model Kontekstowy, wykazuje wyraźną tendencję do opisywania danych dotyczących podobieństwa nieco lepiej niż w przypadku Addytywnego Modelu Holmana i Multiplikatywnego Modelu Nosofsky'ego. Jednakże mimo użycia w badaniu dość dużej próby statystycznej trudno jednak jednoznacznie określić stopień powszechności poczynionych tu ustaleń, ponieważ opierają się one na zastosowaniu procedur estymacji, które jak wiadomo nie prowadzą do optymalnych wyników. Jako że wyniki wszystkich modeli są do siebie w bardzo dużym stopniu zbliżone, prawdopodobnie ważniejszą właściwością Rozszerzonego Modelu Kontekstowego, nie jest jego dokładność, lecz raczej jego prostota. Przedstawiony przeze mnie model zawiera bowiem tylko jeden parametr odchylenia na dany obiekt (tj. miarę istotności owego obiektu) dlatego też jest o wiele prostszy do obliczeniowej implementacji niż modele Holmana i Nosofsky'ego, które zawierają po dwa parametry odchylenia (tj. odchylenie od wiersza i od kolumny).

Niebagatelną korzyścią wynikającą z zastosowania prostego Modelu Kontekstowego, jest możliwość rzucenia nowego światła na dość nieostre i zagadkowe pojęcie istotności bodźca, co zapewne

pozwole lepiej je zrozumieć w przyszłości. Już pobieżna analiza zaprezentowanych tu wyników badań wydaje się dowodzić, że badania istotności mogą przynieść ciekawe i dalece nieintuicyjne wnioski. Szczególnie ciekawe w tym kontekście mogą być zwłaszcza analizy poświęcone właściwościom studiowanych obiektów, które odznaczają się wysokim stopniem istotności. Na przykład przedstawiona na rysunku 2 wartość istotności kolorów, wyraźnie dowodzi, że prominenca danego koloru nie jest większa dla kolorów ogniskowych i nie zmienia się proporcjonalnie wraz ze zmianą wartości liczbowej w jednym z określonych wymiarów – jak można by intuicyjnie podejrzewać – lecz że zapewne jest uzależniona od innych właściwości analizowanych bodźców. Dalsze i pogłębione analizy tego pojęcia mogą przynieść bardzo obiecujące wyniki. Zwłaszcza, że pojęcie istotności, choć cały czas nie do końca jeszcze zbadane, jest *de facto* równie ważne co samo silnie z nim związane pojęcie podobieństwa. Odgrywa ono chociażby centralną rolę w prototypowych teoriach kategoryzacji oraz w rozwijanej min. przez Gärdenforsa teorii formowania pojęć w oparciu o formalny mechanizm tesselacji Woronoja. Co więcej optymalne wyjaśnienie formowania pojęć jest stawką całego naukowego przedsięwzięcia Gärdenforsa, gdyż zgodnie z jego założeniem przestrzenie pojęciowe są konstruowane przede wszystkim do poradzenia sobie z niedostatkami podejść symbolicznych i koneksjonistycznych związanych właśnie z formowaniem pierwotnych struktur pojęciowych. Korzyści wynikające z zoperacjonalizowania centralnego dla teorii podobieństwa pojęcia istotności wydają się być zatem trudne do przecenienia.

BIBLIOGRAFIA

- Gärdenfors P. (2000), *Conceptual Spaces: On the Geometry of Thought*, Cambridge: MIT Press.
- Gemel A. (2016), Problem geometrycznej reprezentacji podobieństwa w koncepcji przestrzeni pojęciowych Petera Gärdenforsa, *Filozofia Nauki*, 3(95), s. 25-41.
- Holman, E. W. (1979), Monotonic models for asymmetric proximities, *Journal of Mathematical Psychology*, 20, s. 1-15.
- Nosofsky, R. M. (1987), Attention and learning processes in the identification and categorization of integral stimuli, *Journal of Experimental Psychology: Learning, Memory, and Cognition*, 13, s. 87-108.
- Nosofsky, R. M. (1991), Stimulus bias, asymmetric similarity, and classification. *Cognitive Psychology*, 23, s. 91-140.
- Tversky, A. (1977), Features of Similarity. *Psychological Review*, 84, s. 327-352.
- Zenker, F. & Gärdenfors, P. (2015), Communication, Rationality, and Conceptual Changes in Scientific Theories, [in:] Zenker, F. & Gärdenfors, P., (eds.) *Applications of conceptual spaces: The case for geometric knowledge representation*, Cham: Springer, s. 259-277.

ABSTRACT

Model of Similarity for the Conceptual Spaces Theory – Empirical Study

This paper is devoted to the empirical evaluation of the extension of the Gärdenfors' similarity model. His proposition insufficiently emphasizes the asymmetry of the modeled relationship of similarity. The proposed modification allows one to include the asymmetry of similarity and significantly sensitize the model to any contextual nuances. The model was compared with other theoretical proposals of geometrical modeling of similarity, including two asymmetric models and one symmetrical. The empirical evaluation of the model took place in two series of experiments. The obtained statistical data were compared with results inferred by tested models. The evaluation was based on iterative procedure designed to minimize the error generated by all compared models.

KEYWORDS: Conceptual Spaces, Geometric Representation of Similarity.

SŁOWA KLUCZOWE: Przestrzenie pojęciowe, geometryczna reprezentacja podobieństwa.