

*Anna Alicja Olejnik**

EMPIRYCZNE MODELE WZROSTU GOSPODARCZEGO Z EFEKTAMI PRZESTRZENNYMI¹

Streszczenie. W ostatnich latach w literaturze nauk regionalnych wiele miejsca poświęca się *efektom przestrzennym* oraz problemom uwzględnienia zależności przestrzennych w specyfikacji regionalnych modeli wzrostu. W kontekście teorii NEG oraz modeli wzrostu endogenicznego jako główne źródło *autokorelacji przestrzennej* zaczęto postrzegać tzw. efekty zewnętrzne oraz zjawisko rozprzestrzeniania się. Z punktu widzenia modelowania regionalnego wzrostu gospodarczego istotnej wagi nabrało więc, nie tyle uwzględnianie w modelach zależności przestrzennych (nadal bardzo popularne w literaturze tzw. podejście *ad hoc*), ale raczej modelowanie efektów przestrzennych z pełnym zrozumieniem ich ekonomicznych przyczyn. Takie podejście pozwala, nie tylko na poprawniejszą konstrukcję modelu pod względem statystycznym, lecz daje także możliwość głębszego zrozumienia i interpretacji oszacowanych parametrów w modelach wzrostu.

Słowa kluczowe: modele przestrzenne, efekty przestrzenne, modelowanie *ad hoc*.

1. WPROWADZENIE

W większości klasycznych opracowań dotyczących wzrostu gospodarczego regiony traktowane są jako jednorodne, odosobnione, niezależne gospodarki (Neven, Gouyette, 1995; Sala-i-Martin, 1996; Carlino, Mills, 1993; 1996; Bernard, Jones, 1996; Chatterji, Dewhurst, 1996; Armstrong, 1995). Istnieje jednak szereg dowodów empirycznych wskazujących na to, że regiony nie są homogeniczne ani niezależne. Przykładowo, praca Reya i Montouriego (1999) wskazuje, że czynniki napędzające zjawisko regionalnej konwergencji, takie jak: teoretyczne mechanizmy dyfuzji technologii, mobilność czynników produkcji, świadczeń transferowych są ściśle związane z geografiami. To zaś oznacza, iż w modelowaniu regionalnym uwzględnianie *efektów przestrzennych* jest nieodzowne.

Nieuwzględnienie w analizie empirycznej istniejących zależności przestrzennych w procesie wzrostu może prowadzić do obciążonych rezultatów oraz do błędnych wniosków, a tym samym może wpływać negatywnie na politykę rozwoju

* Uniwersytet Łódzki.

¹ Praca powstała w ramach projektu finansowanego przez Narodowe Centrum Nauki; numer grantu: 2011/03/D/HS4/04305.

regionalnego. Z tego powodu, powstaje coraz więcej opracowań uwzględniających w specyfikacjach wzrostu gospodarczego zarówno zależności przestrzenne, jak i przestrzenną heterogeniczność (por. Armstrong, 1995; Rey, Montouri, 1999; López-Bazo i in., 1999; Bivand, Brundstad, 2006). Wysuwane w wyżej wymienionych opracowaniach wnioski są w dużej mierze zgodne z założeniami i prognozami związanymi z endogeniczną teorią wzrostu oraz hipotezami *Nowej Ekonomii Geograficznej*, które zgodnie podkreślają rolę oddziaływań pomiędzy regionami oraz koncentrowania się aktywności ekonomicznej w określonych miejscach (Fujita i in., 1999). *Efekty zewnętrzne* natomiast związane są z wielkością danego rynku, dostępnością usług specjalistycznych, interregionalnymi powiązaniem „wpród” i „wstecz” (*forward, backward linkages*) oraz podobieństwami w normach, instytucjach i polityce poszczególnych regionów.

Bernat (1996) oraz Rey i Montouri (1999) jako jedni z pierwszych uwzględnili efekty przestrzenne w rozważaniach dotyczących wzrostu gospodarczego (patrz również Fingleton, McCombie, 1998; Fingleton 1999; López-Bazo i in., 1999). W szczególności już w 1996 r. Bernat testował najprostszą wersję tzw. prawa Kaldora (*Kaldor's Laws*) dla stanów USA, starając się kontrolować zidentyfikowane interakcje przestrzenne. Podobnie jak Rey i Montouri (1999), wychodząc od neoklasycznego modelu, badał on bezwzględną β -konwergencję przy uwzględnieniu heterogeniczności i zależności przestrzennych. Te wczesne analizy zapoczątkowały serię prac uwzględniających bezpośrednio *efekty przestrzenne* w specyfikacjach modeli wzrostu, głównie w postaci modeli z autokorelacją przestrzenną składnika losowego SEM i przestrzennej autoregresji SAR oraz nielicznych modeli regresji krzyżowej. Wybór danego modelu oparty był zwykle na kryterium statystycznym zaproponowanym przez Anselina i Reya (1991) oraz w pracy Floraxa i Folmera (1992).

Pomimo powszechnej zgody, iż jednymi z najistotniejszych źródeł zależności przestrzennej są *efekty zewnętrzne* oraz występujące interakcje pomiędzy regionami, w większości opracowań empirycznych nadal preferowano tzw. modelowanie *ad hoc*. Co więcej, przegląd współczesnej literatury tematu wskazuje, iż na wybór preferowanego modelu: SEM czy SAR, mogą mieć wpływ takie czynniki, jak: rozważany zbiór regionów, okres badania czy nawet specyfikacja samego modelu, przy braku wyraźnego uzasadnienia ekonomicznego.

Z punktu widzenia interpretacji modeli przestrzennych, w przypadku modelu SEM możemy mówić o autokorelacji przestrzennej o charakterze *zakłócającym* (*nuisance*). Autokorelacja przestrzenna w modelu SAR ma wyraz *objaśniający* (*substantive*). Dobór właściwej specyfikacji modelu jest niezmiernie istotny, jako że każda ze specyfikacji – *objaśniająca* czy *zakłócająca*, daje zupełnie odmienne interpretacje, a zatem i implikacje dotyczące polityki kształtowania się procesu wzrostu ekonomicznego. Jak pisał Bernat (1996: 466) w przypadku modelu z autokorelacją przestrzenną składnika losowego SEM „na wzrost gospodarczy danego regionu ma wpływ wzrost ekonomiczny w regionach sąsiednich tylko wówczas,

gdy w regionach sąsiednich wzrost jest powyżej lub poniżej wzrostu normalnego”. Dla modelu przestrzennej autoregresji SAR zaś „wzrost w regionie jest bezpośrednio stymulowany przez wzrost w regionach sąsiednich i pozostaje niezależny od wpływu pozostałych zmiennych egzogenicznych w regionach sąsiednich”.

Posługując się słowami Reya i Montouriego (1999: 150, 153), wnioskowanie o specyfikacji modelu z przestrzenną autokorelacją składnika losowego SEM wiąże się z faktem, iż „zmiany z dala od stanu równowagi mogą nie być funkcją tylko charakterystycznych dla regionu zaburzeń, ale [...] złożonego zbioru zaburzeń rozprzestrzeniających się (*shock spillovers*)”. Z kolei w przypadku modelu przestrzennej autoregresji SAR, „poziomy stopy wzrostu w regionie może być związany ze stopami w regionach sąsiednich, warunkowo ze względu na poziomy dochodu w roku początkowym”².

Celem opracowania jest omówienie *strukturalnego* oraz *ad hoc* podejścia do modelowania wzrostu gospodarczego z efektami przestrzennymi. W niniejszej pracy przyjęto założenia zaczerpnięte z pracy Fingletona i Lópeza-Bazo (2006). Założono, że *efekty zewnętrzne* dla długookresowego wzrostu mają charakter *objaśniający* i wynikają z obecności procesu dyfuzji technologii oraz pieniężnych efektów zewnętrznych (*pecuniary externalities*). Przyjmujemy również założenie, że przekazywanie efektów losowych na szczeblu regionalnym odgrywa niewielką rolę w procesie długookresowego wzrostu³. Wynika stąd, że zależności przestrzenne powinny mieć charakter *objaśniający* w postaci autoregresji przestrzennej lub regresji krzyżowej. Zdaniem Fingletona i Lópeza-Bazo (2006) obecność w tak wielu opracowaniach *zakłócającego* charakteru zależności przestrzennych w specyfikacji modelu jest skutkiem porażki klasycznych narzędzi *ekonometrii przestrzennej*. Nie dają one możliwości wykrycia prawdziwych mechanizmów kierujących *efektami zewnętrznymi* (w szczególności, gdy model wzrostu nie jest w pełni wyspecyfikowany), a jedynie umożliwiają statystyczną korektę modelu.

W dalszej części pracy omówiono podejście *ad hoc* do modelowania wzrostu gospodarczego (punkt 2) oraz podejście strukturalne (punkt 3). Punkt 4 zawiera wnioski i uwagi końcowe.

2. MODELOWANIE PROCESU WZROSTU GOSPODARCZEGO AD HOC

W literaturze dotyczącej analiz wzrostu regionalnego najpowszechniej stosowane są dwie specyfikacje. Jedna z nich bazuje na równaniu konwergencji, opartym na rozumowaniu zawartym w pracach Baumola (1986), Barro i Sala-i-Martina

² Wszystkie cytaty zawarte w niniejszym akapicie stanowią tłumaczenie własne.

³ Należy jednak zauważyć, że w pewnym stopniu interpretacja zaburzeń losowych nie jest prosta, jako że autokorelacja przestrzenna może wynikać z nieuwzględnionych w modelu pewnych nieobserwowalnych czynników objaśniających.

(1992) oraz Mankiwa i in. (1992). Druga łączy się z Prawem Verdoorna, które wiąże wzrost produktywności pracy ze wzrostem produkcji w sektorze przemysłu (por. Harris, Lau, 1998; Fingleton, McCombie, 1998; León-Ledesma, 2000).

– Model Baumola/Barro/MRW

Przestrzenne odpowiedniki równania konwergencji zawierają przestrzenne opóźnienie stóp wzrostu w modelu SAR, zaś w modelu z autokorelacją składnika losowego SEM – przestrzenne opóźnienia w zakłóceniach losowych oraz przestrzenne opóźnienie początkowego dochodu w modelu regresji krzyżowej. Poniżej omówiono wszystkie trzy typy równań konwergencji oraz dokonano przeglądu prac uwzględniających te specyfikacje w badaniach empirycznych.

Przypomnijmy postać klasycznego równania konwergencji:

$$\mathbf{g}_y = \mathbf{c} - (1 - e^{-\beta T})\ln(\mathbf{y}_0) + \mathbf{X}\delta + \varepsilon, \quad \varepsilon \sim N(\mathbf{0}, \sigma^2\mathbf{I}) \quad (1)$$

gdzie stopa wzrostu \mathbf{g}_y maleje przy rosnącym poziomie początkowego dochodu (\mathbf{y}_0). Taka specyfikacja reprezentuje mechanizm konwergencji w kierunku stanu równowagi spowodowanego przez malejące korzyści z akumulacji kapitału. Dodatkowe zmienne uwzględnione w macierzy \mathbf{X} kontrolują czynniki determinujące różnice w stanach równowagi dla poszczególnych regionów. Wektor \mathbf{c} reprezentuje wyraz wolny, zaś ε biały szum.

Dla statystycznie istotnego parametru $\beta > 0$ oraz dla nieistotnych wszystkich elementów wektora parametrów δ wnioskujemy o występowaniu tzw. bezwzględnej β -konwergencji. W przypadku, gdy zarówno $\beta > 0$, jak i co najmniej jeden element wektora δ jest istotny statystycznie wnioskujemy o tzw. warunkowej β -konwergencji.

Równanie konwergencji z opóźnieniem przestrzennym przyjmuje postać:

$$\mathbf{g}_y = \mathbf{c} - (1 - e^{-\beta T})\ln(\mathbf{y}_0) + \mathbf{X}\delta + \gamma\mathbf{W}\mathbf{g}_y + \varepsilon, \quad \varepsilon \sim N(\mathbf{0}, \sigma^2\mathbf{I}) \quad (2)$$

gdzie $\mathbf{W}\mathbf{g}_y$ reprezentuje przestrzenne opóźnienie stóp wzrostu. Zakłada się tu więc wpływ stóp wzrostu w regionach sąsiednich.

W przypadku przestrzennej autokorelacji składnika losowego, równanie konwergencji przyjmuje formę układu równań:

$$\mathbf{g}_y = \mathbf{c} - (1 - e^{-\beta T})\ln(\mathbf{y}_0) + \mathbf{X}\delta + \mathbf{u}, \quad \mathbf{u} = \lambda\mathbf{W}\mathbf{u} + \varepsilon, \quad \varepsilon \sim N(\mathbf{0}, \sigma^2\mathbf{I}) \quad (3)$$

Zauważmy, że przy wyborze takiej specyfikacji zakłada się, że losowe zaburzenie w danym regionie wpływa na stopy wzrostu w tym regionie oraz na stopy wzrostu w regionach sąsiednich.

Przestrzenny model regresji krzyżowej, dla równania konwergencji zawiera przestrzenne opóźnienie początkowego poziomu dochodu *per capita* w charakterze zmiennej objaśniającej:

$$\mathbf{g}_y = \mathbf{c} - (1 - e^{-\beta T})\ln(\mathbf{y}_0) + \mathbf{X}\delta + \tau\mathbf{W}\ln(\mathbf{y}_0) + \varepsilon, \quad \varepsilon \sim N(\mathbf{0}, \sigma^2\mathbf{I}) \quad (4)$$

Przy założeniu, że przestrzenne opóźnienie początkowego poziomu dochodu *per capita* dotyczy tylko sąsiadów pierwszego rzędu, *efekty zewnętrzne* mają charakter lokalny. Endogeniczne opóźnienie przestrzenne jest ograniczone do początkowego poziomu dochodu *per capita*. Zauważmy, że brak tu również egzogenicznego opóźnienia przestrzennego (**WX**).

Większość analiz dotyczących przestrzennej konwergencji opiera się na modelach SAR i SEM, pomijając modele regresji krzyżowej. W tab. 1 przedstawiono przegląd opracowań dotyczących przestrzennej konwergencji. Wybrane opracowania zawierają wyniki testów zależności przestrzennych umożliwiając podjęcie decyzji o zastosowaniu specyfikacji SAR lub SEM. Można zauważyć, że modele z przestrzenną autokorelacją składnika losowego należą do bardziej preferowanych niż modele SAR, co wskazuje na częstsze występowanie zależności przestrzennych o charakterze *zakłócającym*. Warto również zauważyć, że w odróżnieniu od modeli SAR, prawie wszystkie modele postaci SEM nie zawierają zmiennych objaśniających **X**. Idąc za Lópezem-Bazo i Fingletonem (2006) wnioskujemy, że popularność specyfikacji SEM może wynikać z nieuwzględnienia w modelu konwergencji, przestrzennie skorelowanych zmiennych egzogenicznych zawartych w **X**.

Tabela 1

Prace uwzględniające efekty przestrzenne w równaniu konwergencji

Publikacja	Regiony	Okres	Specyfikacja przestrzenna
Armstrong (1995)	UE NUTS 1, 2	1950–1990	SEM (bez X)
Fingleton i McCombie (1998, 1999)	UE NUTS 2	1979–1989	SEM (bez X)
Fingleton (1999)	UE NUTS 2	1975–1995	SEM (z X)
Rey i Montouri (1999)	USA	1929–1994	SEM (bez X)
Niebuhr (2001)	Zachodnie Niemcy	1976–1996	SAR (z X)
Kosfeld i in. (2002)	Niemcy	1992–2000	SEM (bez X)
Vayá i Moreno (2002)	UE NUTS 1, 2	1975–1992	SEM (bez X)
Arbia i in. (2003)	Włochy	1951–2000	SEM (z i bez reżimów przestrzennych)
Lall i Shalizi (2003)	Brazylia	1985–1997	SAR i SEM (z X)
Le Gallo i in. (2003)	UE NUTS 1, 2	1980–1995	SEM (bez X)
Ying (2003)	Chiny	1978–1998	SAR (z X)
López-Bazo i in. (2004)	UE NUTS 1, 2	1975–1992	SEM (bez X), SAR (z X)
Dall'erba i Le Gallo (2005)	UE NUTS 1, 2	1989–1999	SAR (z X)
Fingleton i López-Bazo (2006)	UE NUTS 2	1975–1995	SAR (z X)
Fischer (2010)	UE NUTS 2	1995–2004	SAR (z X)
LeSage i Fischer (2012)	UE NUTS 2	1997–2002	SAR (z X)

Źródło: opracowanie na podstawie Fingleton i López-Bazo (2006).

– Prawo Verdoorna

Podstawowe Prawo Verdoorna można zapisać za pomocą następującego równania:

$$\mathbf{g}_y = \mathbf{c} + \frac{\kappa - 1}{\kappa} \mathbf{g}_y + \varepsilon \quad (5)$$

gdzie \mathbf{g}_y jest stopą wzrostu produktywności, zaś \mathbf{g}_y oznacza produkcję w sektorze przemysłu. Pozostałe elementy równania, to stała \mathbf{c} oraz normalny składnik losowy ε . Dla $\kappa > 1$, technologia produkcji charakteryzuje się rosnącymi korzyściami skali, a zatem produkcja rośnie wraz z zatrudnieniem więcej niż proporcjonalnie.

Przestrzennym odpowiednikiem równania dla modelu przestrzennej autoregresji jest model postaci:

$$\mathbf{g}_y = \mathbf{c} + \frac{\kappa - 1}{\kappa} \mathbf{g}_y + \gamma \mathbf{W} \mathbf{g}_y + \varepsilon \quad (6)$$

Równanie Verdoorna z *przestrzenną autokorelacją* składnika losowego przyjmuje natomiast postać:

$$\mathbf{g}_y = \mathbf{c} + \frac{\kappa - 1}{\kappa} \mathbf{g}_y + \mathbf{u}, \quad \mathbf{u} = \lambda \mathbf{W} \mathbf{u} + \varepsilon \quad (7)$$

Z kolei przestrzenny odpowiednik modelu Verdoorna dla regresji krzyżowej można zapisać następująco:

$$\mathbf{g}_y = \mathbf{c} + \frac{\kappa - 1}{\kappa} \mathbf{g}_y + \gamma \mathbf{W} \mathbf{g}_y + \varepsilon \quad (8)$$

Stopa wzrostu produktywności w danym regionie zależy tutaj od produkcji w sektorze przemysłu w regionach sąsiednich.

W tab. 2 zestawiono publikacje, w których do analiz regionalnego wzrostu gospodarczego zastosowano przestrzenny model Verdoorna. Zauważmy, że Bernat (1996), przeprowadzając analizy bez wyróżnienia *reżimów przestrzennych*, wskazuje na zastosowanie modelu SEM, podczas gdy ich wprowadzenie sugeruje użycie modelu autoregresji przestrzennej SAR.

Podsumowując, przeprowadzone badania empiryczne wskazują, iż w modelach wzrostu uwzględniających zależności przestrzenne przy braku dodatkowych zmiennych objaśniających, najczęściej wybieranym modelem jest model z *autokorelacją przestrzenną* składnika losowego. Wydaje się więc, że wybór preferowanego modelu zależy od rozważanego zbioru regionów, okresu badania i specyfikacji całego modelu. W rzeczywistości wybór modelu SEM pomaga rozwiązać problem przestrzennie skorelowanych zmiennych zależnych. Konsekwencją sto-

Tabela 2

Prace uwzględniające efekty przestrzenne w modelu Verdoorna

Artykuł	Regiony	Okres	Specyfikacja przestrzenna
Bernat (1996)	USA	1977–1990	SEM (bez reżimów przestrzennych) SAR (z reżimami przestrzennymi)
Fingleton i McCombie (1998)	UE NUTS2	1979–1989	SAR (z X)
Pons-Novell i Viladecans (1999)	UE NUTS1	1984–1992	SAR (bez X)
Fingleton (2000)	UE NUTS2	1975–1995	SAR (z X)
Fingleton i López-Bazo (2003)	UE NUTS2	1975–1995	SAR (z X)
Fingleton (2004)	UE NUTS2	1975–1995	SAR (z X)
Fingleton i López-Bazo (2006)	UE NUTS2	1975–1995	SAR (z X)

Źródło: opracowanie na podstawie Fingleton, López-Bazo (2006).

sowania specyfikacji SEM dla rozchodzenia się *efektów zewnętrznych* jest to, że są one przenoszone, jako zaburzenia losowe. To stoi w sprzeczności z hipotezą, że efekty zewnętrzne są zjawiskiem o charakterze *objaśniającym*, a nie *zakłócającym*. Innymi słowy, należy je traktować jako efekty przyczynowe, które można bezpośrednio uwzględnić w modelu.

3. STRUKTURALNE MODELOWANIE WZROSTU GOSPODARCZEGO

Poniżej przedstawiono sposoby uwzględnienia interregionalnych *efektów zewnętrznych* w modelach związanych z procesem dyfuzji wiedzy. Przedstawione podejście może pomóc w zrozumieniu, dlaczego bezpośrednie zastosowanie pewnych klasycznych narzędzi *ekonometrii przestrzennej* (np. test *LM*) może sugerować niewłaściwą specyfikację modelu wzrostu gospodarczego. Jako pierwszy zostanie omówiony model zaprezentowany w pracy López-Bazo i in. (2004) mający swoje podstawy w neoklasycznej teorii wzrostu. Drugi model autorstwa Fingletona (2001 i 2004) bazuje na prawie Verdoorna stanowiącego podstawę teorii NEG.

– Model López-Bazo

W pracy López-Bazo i in. (2004) punktem wyjścia był prosty model gospodarki, w którym średnia produktywność pracy w *i*-tym regionie w okresie $t(y_{it})$ jest funkcją średniego poziomu kapitału fizycznego k_{it} , kapitału ludzkiego na jednostkę pracy h_{it} , a także stanu technologii A_{it} :

$$y_{it} = A_{it} k_{it}^{\tau_k} h_{it}^{\tau_h} \quad (9)$$

gdzie τ_k i τ_h są odpowiednimi elastycznościami kapitału fizycznego i ludzkiego.

O technologii A_{it} , w regionie i -tym zakłada się, iż zależy od poziomu technologii w regionach sąsiednich, a zatem jest związana z zapasami kapitału zarówno fizycznego, jak i ludzkiego:

$$A_{it} = \Delta_t (k_{pit}^{\tau_k} h_{pit}^{\tau_h})^\gamma \quad (10)$$

gdzie Δ_t jest egzogenicznym elementem ze stopą wzrostu równą $g(\Delta_t = \Delta_0 e^{gt})$, zaś k_{pit} oznacza relacje kapitału fizycznego (h_{pit} – kapitału ludzkiego) pomiędzy sąsiednimi gospodarkami. Współczynnik mierzy efekty zewnętrzne pomiędzy gospodarkami, o których zakładamy, że są dodatnie: wraz ze wzrostem k_{pit} (h_{pit}) o jeden procent, poziom technologii w regionach wzrasta, zaś poziom technologii w regionie i -tym wzrasta o $\gamma\tau_k$ procent (i odpowiednio o $\gamma\tau_h$ procent).

Przy takiej technologii produkcji, poziom równowagi produkcji na jednostkę wydajności pracy (\tilde{y}^*) w dowolnym regionie będzie zależeć dodatnio od zasobów kapitału fizycznego i ludzkiego na jednostkę wydajności pracy (\tilde{k} , \tilde{h}) w sąsiednich regionach. W przypadku dodatnich efektów zewnętrznych ($\gamma > 0$):

$$\tilde{y}^* = \left(\frac{s_k^{\tau_k} s_h^{\tau_h} \tilde{k}^{\tau_k} \tilde{h}^{\tau_h}}{(n + g + d)^{\tau_k + \tau_h}} \right)^{\frac{1}{1 - \tau_k - \tau_h}} \quad (11)$$

gdzie n , g i d oznaczają odpowiednio: przyrost naturalny, tempo wzrostu technologicznego oraz stopę deprecjacji. Stopy akumulacji kapitału fizycznego i ludzkiego określono symbolem s_k oraz s_h .

Dynamikę układu znajdującego się w pobliżu stanu równowagi zapisano za pomocą poniższego równania:

$$\begin{aligned} g_y = & \xi - (1 - e^{-\beta T}) \ln(y_0) + \frac{(1 - e^{-\beta T})\gamma}{1 - (\tau_k + \tau_h)} \ln(y_{0p}) + \gamma g_{y_p} \\ & + \frac{(1 - e^{-\beta T})\gamma}{1 - (\tau_k + \tau_h)} [\tau_k (\ln(s_k) - \ln gd) + \tau_h (\ln(s_h) - \ln gd)] \end{aligned} \quad (12)$$

gdzie $\beta = (1 - \tau_k - \tau_h)(n + g + d)$ jest stopą konwergencji oraz $\ln gd = \ln(n + g + d)$ natomiast parametr wynosi:

$$\xi = (1 + \gamma)g - (1 - e^{-\beta T}) \left(1 - \frac{\gamma}{1 - (\tau_k + \tau_h)} \right) \ln(\Delta_0) + gT$$

Empiryczny odpowiednik równania (12) można zapisać jako:

$$\mathbf{g}_y = \mathbf{c} - (1 - e^{-\beta T}) \ln(\mathbf{y}_0) + \mathbf{X}\delta + \Phi_{wy} \ln(\mathbf{W}\mathbf{y}_0) + \gamma \mathbf{W}\mathbf{g}_y + \varepsilon \quad (13)$$

Powyższe wyrażenie wskazuje, że mamy tu do czynienia z zależnościami przestrzennymi o charakterze *objaśniającym*. Zakłada się tu więc, że zarówno wzrost, jak i dochód początkowy w sąsiednich gospodarkach ma wpływ na wzrost regionalny oraz że efekty zewnętrzne działające pomiędzy poszczególnymi gospodarkami spowodowane są rozprzestrzenianiem się wiedzy.

– Model Fingletona

Poniżej opisany zostanie model teoretyczny opracowany przez Bernarda Fingletona (2001; 2004) oparty na hipotezach teorii *Nowej Ekonomii Geograficznej*. Przy pominięciu pewnych ograniczeń tej teorii opracował on przestrzenny model ekonometryczny bazujący na prawie Verdoorna (Verdoorn, 1949; Kaldor, 1957) wiążącym wzrost produktywności ze wzrostem poziomu produkcji⁴. Prawo Verdoorna zajmuje istotną pozycję w nieneoklasycznym podejściu do regionalnej analizy wzrostu, ponieważ stanowi ucieleśnienie mechanizmów korzyści skali, które leżą u podstaw procesu kumulatywnej przyczynowości. Jest ono zatem alternatywą dla neoklasycznej teorii wzrostu opartej na malejącej korzyści skali.

Podstawowe prawo Verdoorna nie uwzględniało zależności przestrzennych. Pierwszych modyfikacji i rozszerzeń do postaci przestrzennej dokonał Bernat (1996), a następnie Fingleton i McCombie (1995; 1998) oraz Pons-Novell i Viladecans-Marsal (1999). Prace te wynikami badań empirycznych potwierdziły prawdziwość tezy o rosnących korzyściach skali określonej prawem Verdoorna. Zastosowanie narzędzi *ekonometrii przestrzennej* potwierdziło istnienie autoregresyjnych *efektów zewnętrznych* w procesie wzrostu produktywności.

W tej części pracy skoncentrujemy się na modelu Fingletona będącym, podobnie jak modele z wyżej wspomnianych prac, pewnym rozszerzeniem nowej teorii, choć wywodzącym się z klasycznej teorii ekonomii miast (Rivera-Batiz, 1988; Abdel-Rahman, Fujita, 1990; Ciccone, Hall, 1996). Przez wiele lat podejście zastosowane w tych opracowaniach pozostawało w cieniu, pomimo iż w wielu przypadkach daje bezpośrednią możliwość modelowania rozbieżności miejskich i regionalnych. Prezentowany model opracowany został na podstawie założeń będących fundamentem dla teorii NEG (Krugman, 1991; Ciccone, Hall, 1996; Fujita i in., 1999).

Fingleton jako punkt wyjścia przyjął funkcję produkcji Cobba-Douglasa dla poziomu produkcji w przemyśle. Poziom produkcji zależy od jednostek wydajności pracy w przemyśle oraz usług pośrednich w proporcjach określonych przez $\beta < 1$ w taki sposób, że β odzwierciedla istotność usług pośrednich dla wielkości produkcji końcowej. Poziom produkcji zależy również od nakładów gruntów. Zakłada się tu także występowanie malejących korzyści skali na jednost-

⁴ Choć prawo Verdoorna *per se* nie należy do najnowszych teorii ekonomicznych, nadal pozostaje niezmiernie ważne, a wręcz staje się kluczowe dla nowoczesnych modeli opierających się na nowych teoriach wzrostu ekonomicznego.

kę terenu określone przez $\alpha < 1$ – jeśli poziom produkcji wzrasta, rośnie również zagęszczenie, ze szkodą dla poziomu samej produkcji. Powyższą teorię opisuje równanie:

$$Q = (M^\beta I^{1-\beta})^\alpha \quad (14)$$

w którym Q jest ilością wyprodukowanych dóbr końcowych, M ilością jednostek wydajności pracy użytych bezpośrednio do wytworzenia Q , zaś I jest ilością dóbr pośrednich.

Założenie występowania rosnącej korzyści skali było warunkiem powszechnie spotykanym w literaturze dotyczącej ekonomii miast, ekonomii regionalnej, a także geografii ekonomicznej nawet przed nadejściem sformalizowanej i spójnej teorii NEG. Fingleton przyjął to podejście, modelując rosnące korzyści skali poprzez wykorzystanie pewnych elementów teorii Dixita i Stiglitz (*Product Variety Theory: Dixit, Stiglitz, 1977; Fujita i in., 1999*). To pozwoliło mu na uniknięcie nierealistycznych założeń o doskonałej konkurencyjności, a jednocześnie umożliwiło narzucenie, na poziomie mikroekonomicznym, pewnych określonych warunków na strukturę rynku.

Fingleton przyjął założenie monopolistycznej konkurencyjności oraz o rosnących korzyściach skali wewnątrznie dla każdego z przedsiębiorstw. Założenie jest takie, że istnieje pewna duża liczba dóbr pośrednich, przy czym dobra różnego rodzaju wyprodukowane zostały przez odmienne monopolistyczne przedsiębiorstwa. Przyjęcie tu założenia występowania monopolu można uzasadnić obecnością stałych kosztów produkcji i ustalonymi wymaganiami początkowymi oraz rosnącymi korzyściami skali. Fingleton wyklucza występowanie doskonałej konkurencyjności w określonym sektorze dóbr pośrednich. Dodatkowo, zakłada, że sektor będzie monopolistycznie konkurencyjny, gdy przyjmiemy dodatkowe założenie wolnego wejścia na rynek nowych przedsiębiorstw. W konsekwencji oznacza to, że wraz z zagęszczaniem się aktywności gospodarczej w regionie, przy założeniu ciągłej możliwości wejścia na rynek nowych przedsiębiorstw, rośnie liczba konkurencyjnych firm monopolistycznych. Zatem zwiększa się raczej różnorodność dóbr pośrednich niż skala produkcji któregośkolwiek z rodzajów dóbr, gdzie, w stanie równowagi doskonałej, każdy producent wytwarza taką samą ilość produktu.

W modelu zakładamy stałą elastyczność substytucji funkcji produkcji (CES – *Constant Elasticity of Substitution*) dla dóbr pośrednich I :

$$I = \left[\sum_{d=1}^D i(d)^{\frac{1}{\mu}} \right]^\mu \quad (15)$$

W równaniu (15) D oznacza ilość rodzajów dóbr pośrednich, zaś $i(d)$ to typowa wartość dóbr pośrednich w grupie d ($d = 1, \dots, D$). Stan równowagi ma miejsce

wtedy, gdy wartość każdego z rodzajów $d = 1, \dots, D$ jest taka sama (dla dowolnego d mamy $i(d) = i$). Zatem z równania (15) wynika, że w stanie równowagi:

$$I = \left[\sum_{d=1}^D i^{\frac{1}{\mu}} \right]^{\mu} = \left[Di^{\frac{1}{\mu}} \right]^{\mu} = D^{\mu} i \quad (16)$$

Zakładamy, że parametr μ jest większy od jedności.

Z przyjętej postaci funkcji wynika, że gdy liczba rodzajów dóbr wzrasta, mamy więcej niż proporcjonalny wzrost produkcji, a zatem rosnące korzyści skali. Co więcej, elastyczność substytucji pomiędzy rodzajami jest równa $\mu/(\mu - 1)$. Zatem gdy μ maleje do jedności, elastyczność substytucji pomiędzy rodzajami wzrasta, zaś, wraz ze wzrostem μ maleje substytucja zróżnicowanych dóbr i rośnie siła monopolistyczna dostępna dla producentów dóbr pośrednich. Zatem μ jako stosunek ceny maksymalizującej zyski do kosztów krańcowych steruje istotnością zróżnicowania dóbr pośrednich.

Ustalając μ i zakładając wolne wejście przedsiębiorstw na rynek usług, możemy określić poziom nakładów, jako że przedsiębiorstwa będą wchodzić na rynek dopóki nie zostanie osiągnięty próg rentowności. Załóżmy, że koszty produkcji poniesione przez przedsiębiorstwo wynoszą $\omega(i + \varsigma)$, gdzie ω oznacza wynagrodzenia, zaś $(i + \varsigma)$ reprezentuje jednostki wydajności pracy potrzebne do wyprodukowania ilości dóbr i . Załóżmy również, że przychody równe są cenie pomnożonej przez produkcję ($\omega\mu i$). Zatem próg rentowności jest osiągany wówczas, gdy przychody będą równe kosztom, a wówczas poziom produkcji ilości dóbr i wynosi $\varsigma/(\mu - 1)$.

Ponieważ wyprodukowanie dóbr $I = D^{\mu}i$, wymaga Di środków, produktywność dóbr pośrednich wynosi $D^{\mu-1}$, zatem istnieje dodatnia zależność pomiędzy ilością rodzajów dóbr w danym obszarze (D) i produktywnością (por. Ciccone, Hall, 1996). Istnieje tu również zależność pomiędzy liczbą rodzajów dóbr pośrednich i łączną liczbą jednostek wydajności pracy N w jednym obszarze. Przyjmując, że mamy stałe nakłady na dobra pośrednie wynoszące i , możemy uzyskać wartość D poprzez podzielenie łącznej ilości jednostek wydajności pracy wykorzystanych do produkcji dóbr pośrednich $(1 - \beta)N$, przez ilość jednostek wydajności pracy wykorzystywanych do produkcji $i + \varsigma$ dobra określonego rodzaju. Uzyskana liczba rodzajów ($D = (1 - \beta)N/(i + \varsigma)$) jest więc proporcjonalna do łącznej liczby jednostek wydajności pracy N użytych do produkcji zarówno dóbr pośrednich, jak i końcowych. Z równania (14) wynika, że część produkcji Q przypadająca na ilość jednostek wydajności pracy wykorzystanych do wytworzenia Q wynosi $\alpha\beta$. Stąd otrzymujemy, że $\omega M = \alpha\beta Q$, podczas gdy łączna wartość przypadająca na jednostki wydajności pracy wynosi $\omega N = \alpha Q$, bez względu na to, czy jest ona przeznaczona na produkcję końcową, czy też na dobra pośrednie. Zatem $M/N = \beta$.

Powyższa analiza pozwala na uzyskanie wyrażenia określającego liczbę rodzajów dóbr: $D = (1 - \beta)N/(i + \varsigma)$, dzięki czemu możemy otrzymać ilość dóbr pośrednich I , a stąd zależność pomiędzy łączną ilością jednostek wydajności pracy a produkcją końcową dóbr. Zatem, jak pokazuje Ciccone i Hall (1996):

$$Q = \phi N^\gamma \quad (17)$$

gdzie ϕ jest funkcją pewnych stałych, zaś elastyczność γ zależy od egzogenicznych parametrów α , β i u i jest miarą zewnętrznych, rosnących korzyści skali:

$$\gamma = \alpha[1 + (1 - \beta)(\mu - 1)] \quad (18)$$

Przeformułujemy teraz równanie tak, by otrzymać zależność pomiędzy poziomem produkcji na jednostkę wydajności pracy a poziomem wydajności produkcji. Zatem:

$$\ln(Q/N) = \ln(\phi)/\gamma + [(\gamma - 1)/\gamma]\ln(Q) \quad (19)$$

Ponieważ $M = \beta N$, poziom produkcji na jednostkę wydajności pracy dany jest wzorem:

$$\ln(Q/M) = \ln(\phi)/\gamma + [(\gamma - 1)/\gamma]\ln(Q) - \ln(\beta) \quad (20)$$

Możemy więc otrzymać liczbową wartość poziomu produktywności. Załóżmy najpierw, że praca w jednostkach wydajności jest równa zatrudnieniu pomnożonemu przez poziom technologiczny lub poziom wydajności. Inaczej mówiąc – poziom technologii ewoluuje w czasie:

$$M_t = E_t A_t = E_t A_0 e^{\lambda t} \quad (21)$$

gdzie E_t oznacza zatrudnienie, A_t – reprezentuje poziom wydajności w okresie t , zaś parametr λ oznacza tempo zmian w technologii. Z równania (20) i (21) możemy otrzymać poziom produktywności na jednostkę obszaru:

$$\ln(Q/E) = \ln(\phi)/\gamma + [(\gamma - 1)/\gamma]\ln(Q) - \ln(\beta) + \ln(A_0) + \lambda t \quad (22)$$

Różniczkując powyższe równanie ze względu na parametr czasowy, otrzymujemy wykładniczą stopę wzrostu:

$$p = \lambda + [(\gamma - 1)/\gamma]q \quad (23)$$

W swojej pracy Fingleton skupił się na tempie postępu technicznego jako wskaźniku obecności technologicznych efektów zewnętrznych. Modelował on tempo postępu technicznego jako funkcji socjoekonomicznych charakterystyk właściwych dla każdego regionu. Jednakże model ten uwzględnia również efekty rozprzestrzeniania się postępu technicznego poza granice regionu. Postęp techniczny w danym regionie wpływa na regiony sąsiednie, ale także odczuwa wpływy postępu

technicznego w innych regionach. W rezultacie tempo postępu technicznego nie jest czynnikiem niezmiennym, lecz różni się pomiędzy poszczególnymi regionami.

Fingleton zakłada, że poziom postępu technicznego (λ) jest funkcją kapitału ludzkiego (H), początkowego poziomu technologii (luki technologicznej) (G) oraz zależy od efektu rozprzestrzeniania się wiedzy poza granice danego regionu (S), a także od autonomicznej składowej odzwierciedlającej proces „uczenia się przez pracę” (*learning by doing*), zachodzący niezależnie od pozostałych czynników.

Trzeci składnik w równaniu postępu technicznego zakłada istnienie przestrzennych zakłóceń przepływu informacji, w którym w odróżnieniu od procesu dyfuzji technologii opisanego powyżej, zakłada się słabnięcie sygnału informacji wraz z odległością. Hipoteza Fingletona zakłada, że regiony sąsiadujące z regionami charakteryzującymi się szybkim postępowaniem technicznym również doświadczą szybszego postępu technicznego oraz odwrotnie: sąsiedztwo regionu o niskim poziomie postępu technicznego może opóźniać postęp techniczny w danym regionie. Stąd tempo postępu technicznego w odległych regionach będzie miało mniejszy wpływ. Oznacza to, że definicja sąsiedztwa jest tu niezmiernie ważna ze względu na zakłócenia przepływu informacji w przestrzeni.

Podsumowując powyższe rozważania, postęp techniczny możemy zapisać w postaci:

$$\lambda = b_0 + \rho S + b_1 H + b_2 G + \varepsilon \quad (24)$$

gdzie $S = \mathbf{W}\lambda$ reprezentuje efekt *rozprzestrzeniania się*.

Łącząc obie te determinanty wzrostu produktywności otrzymujemy (por. wzór (23) oraz (24)):

$$p = \lambda + b_3 q, \quad p = b_0 + \rho \mathbf{W}\lambda + b_1 H + b_2 G + b_3 q + \varepsilon \quad (25)$$

Dokonując elementarnych przekształceń pierwszego równania, otrzymujemy:

$$\lambda = p - b_3 q$$

$$\rho \mathbf{W}\lambda = \rho \mathbf{W}p - \rho \mathbf{W}b_3 q \quad (26)$$

Podstawiając do drugiego równania uzyskujemy:

$$p = b_0 + \rho \mathbf{W}p + b_1 H + b_2 G + b_3 q - b_4 \mathbf{W}q + \varepsilon \quad (27)$$

Zauważmy, iż mamy tu dodatkowe założenie, iż $b_4 = \rho b_3$. Z technicznego punktu widzenia takie założenie stanowi problem estymacyjny dla równania (27). W swoich rozważaniach Fingleton proponuje przyjąć założenie upraszczające: $b_4 = 0$.

Parametr $b_3 = ((\gamma - 1))/\gamma$ nazywany jest *parametrem Verdoorna*. Zgodnie z założeniami prawa Verdoorna, co potwierdzają badania empiryczne (por. Bernat, 1996; Fingleton, McCombie, 1998; Pons-Novell, Viladecans, 1999; Fingleton,

2004; Fingleton, López-Bazo, 2006), współczynnik ten powinien wynosić około 0,5. Rezultaty weryfikacji empirycznej powyższego modelu można znaleźć w pracach Fingletona (2001; 2004) oraz Guillaíniego i in. (2007).

4. PODSUMOWANIE I WNIOSKI

Celem artykułu było omówienie problemów modelowania wzrostu gospodarczego z efektami przestrzennymi o charakterze *strukturalnym* oraz *ad hoc*. W pracy pokazano, że dla długookresowego wzrostu gospodarczego *efekty zewnętrzne* mają charakter *objaśniający* i wynikają z obecności procesu dyfuzji technologii oraz pieńiężnych efektów zewnętrznych. Wykazano również, że zależności przestrzenne w ekonometrycznych modelach wzrostu gospodarczego powinny mieć charakter *objaśniający*, zatem ujęty w postaci autoregresji przestrzennej lub regresji krzyżowej.

BIBLIOGRAFIA

- Abdel-Rahman H. M., Fujita M. (1990), *Product variety, Marshallian externalities and city size*, „Journal of Urban Economics”, Vol. 33, s. 189–222.
- Anselin L. (1988), *Spatial Econometrics: Methods and Models*, Kluwer, Dordrecht.
- Anselin L., Bera A. K. (1998), *Spatial dependence in linear regression models with an introduction to spatial econometrics*, [w:] A. Ullah, D. Giles (red.), *Handbook of Applied Economic Statistics*, Marcel Dekker, New York.
- Anselin L., Rey S. J. (1991), *Properties of tests for spatial dependence in linear regression models*, „Geographical Analysis”, Vol. 23, s. 112–131.
- Anselin L., Smirnov O. (1996), *Efficient algorithms for constructing proper higher order spatial lag operators*, „Journal of Regional Science”, Wiley, 36.
- Armstrong H. (1995), *Convergence among regions of the European Union, 1950–1990*, „Papers in Regional Science”, 74: 143–152.
- Barro R. J., Sala-i-Martin X. (1992), *Convergence*, „Journal of Political Economy”, Vol. 100 (2), s. 223–251.
- Baumol W. J. (1986), *Productivity growth, convergence, and welfare: what the long-run data show*, „American Economic Review”, Vol. 76, s. 1072–1085.
- Bernard A., Jones C. (1996), *Productivity and convergence across U.S. States and industries*, „Empirical Economics”, Vol. 21, s. 113–135.
- Bernat A. (1996), *Does manufacturing matter? A spatial econometric view of Kaldor's laws*, „Journal of Regional Science”, Vol. 36, s. 463–477.
- Besner C. (2002), *A Spatial Autoregressive Specification with a Comparable Sales Weighting Scheme*, „Journal of Real Estate Research”, American Real Estate Society, New York, 24.
- Bivand R., Brundstad R. (2006), *Further explorations of interactions between agricultural policy and regional growth in Western Europe: Approaches to nonstationarity in spatial econometrics*, „Papers in Regional Science”, Vol. 85 (2).
- Bodson P., Peeters D. (1975), *Estimations of the Coefficients of a Linear Regression in the Presence of Spatial Autocorrelation: An Application to a Belgian Labour-Demand Function*, „Environment and Planning”, A 7 (4).
- Carlino G., Mills L. (1993), *Are U.S. regional incomes converging? A time series analysis*, „Journal of Monetary Economics”, Vol. 32, s. 335–346.

- Carlino G., Mills L. (1996), *Convergence and the US States: a time series analysis*, „Journal of Regional Science”, Vol. 36, s. 597–616.
- Chatterji M., Dewhurst J. (1996), *Convergence clubs and relative economic performance in Great Britain: 1977–1991*, „Regional Studies”, Vol. 30, s. 31–40.
- Ciccone A., Hall R. E. (1996), *Productivity and the density of economic activity*, „American Economic Review”, Vol. 86, s. 54–70.
- Cliff A., Ord J. K. (1981), *Spatial Processes: Models and Applications*, Pion, London.
- Dacey M. F. (1968), *A Review of Measures of Contiguity for Two and K-Color Maps*, Englewood Cliffs Spatial Analysis: A Reader in Statistical Geography, Prentice-Hall.
- Deng M. (2008), *An Anisotropic Model for Spatial Processes*, „Geographical Analysis”, Wiley 40 (1).
- Dixit A., Stiglitz J. E. (1977), *Monopolistic competition and optimum product diversity*, „American Economic Review”, Vol. 67, s. 297–308.
- EUROSTAT (2002), *European regional statistics. Reference guide*, European Communities, Luxembourg.
- Fingleton B. (1999), *Spurious spatial regression: some Monte Carlo results with spatial unit Root and Spatial Cointegration*, „Journal of Regional Science”, Vol. 39, s. 1–19.
- Fingleton B. (2006), *The new economic geography versus urban economics: an evaluation using local wage rates in Great Britain*, „Oxford Economic Papers”, 58.
- Fingleton B., López-Bazo E. (2006), *Empirical growth models with spatial effects*, „Papers in Regional Science”, Vol. 85 (2), s. 177–198.
- Fingleton B., McCombie J. S. L. (1998), *Increasing Returns and Economic Growth: Some Evidence for Manufacturing from the European Union Regions*, Oxford Economic Papers, Vol. 50, s. 89–105.
- Fingleton B., McCombie J. S. L. (1999), *Increasing Returns and Economic Growth: Some Evidence for Manufacturing from the European Union Regions: A Correction*, Oxford Economic Papers, Vol. 51 (3), s. 574–575.
- Fingleton B. (2001), *Equilibrium and economic growth: spatial econometric models and simulations*, „Journal of Regional Science”, Vol. 41, s. 117–147.
- Fingleton B. (2004), *Some alternative geo-economics for Europe's regions*, „Journal of Economic Geography”, Vol. 4, s. 389–420.
- Fischer M. M. (2011), *A spatial Mankiw–Romer–Weil model: theory and evidence*, Ann Reg Sci, 47: 419–436.
- Florax R., Folmer H. (1992), *Specification and estimation of Spatial linear Regression Models: Monte Carlo Evaluation of Pre-Test Estimation*, „Regional Science and Urban Economics”, Vol. 22, s. 405–432.
- Fujita M., Krugman P., Venables A. (1999), *The Spatial Economy: Cities, Regions, and International Trade*, MIT Press, Cambridge MA.
- Getis A., Aldstadt J. (2004), *Constructing the Spatial Weights Matrix Using A Local Statistic*, „Geographical Analysis”, Wiley, 36.
- Guillain R., Dall’erba S., Le Gallo J. (2007), *Politiques de développement et croissance régionale en Europe: le rôle des rendements croissants et des dépendances spatiales*, Laboratoire d’Economie et de Gestion, Document de travail – Economie, 2.
- Harris R., Lau E. (1998), *Verdoorn’s law and increasing returns to scale in the UK regions, 1968–91: some new estimates based on the cointegration approach*, Oxford Economic Papers, Vol. 50, s. 201–219.
- Kaldor N. (1957), *A Model of Economic Growth*, „Economic Journal”, December, s. 65–94.
- Kelejian H. H., Prucha I. R. (1998), *A Generalized Spatial Two-Stage Least Squares Procedure for Estimating a Spatial Autoregressive Model with Autoregressive Disturbances*, „Journal of Real Estate Finance and Economics”, Springer, 17.
- Krugman P. (1991), *Geography and Trade*, MIT Press, Cambridge MA.

- Krugman P., Venables A. (1995), *Globalization and the inequality of nations*, „Quarterly Journal of Economics”, Vol. 110, s. 857–880.
- León-Ledesma M. A. (2000), *Economic growth and Verdoorn's law in the Spanish regions*, „International Review of Applied Economics”, Vol. 14, s. 55–69.
- LeSage J. P., Fischer M. M. (2012), *Estimates of the Impact of Static and Dynamic Knowledge Spillovers on Regional Factor Productivity*, „International Regional Science Review”, 35 (1).
- López-Bazo E., Fingleton B. (2003), *Explaining the distribution of manufacturing productivity in the EU regions*, ERSA conference papers ersa03p197, European Regional Science Association.
- López-Bazo E., Vayá E., Artis A. (2004), *Regional externalities and growth: evidence from European regions*, „Journal of Regional Science”, Vol. 44, s. 43–73.
- López-Bazo E., Vayá E., Mora A. J., Suriñach J. (1999), *Regional economic dynamics and convergence in the European Union*, „The Annals of Regional Science”, Vol. 33, s. 343–370.
- Mankiw N., Romer D., Weil D. (1992), *A contribution to the Empirics of Growth*, „Quarterly Journal of Economics”, 107.
- Neven D., Gouyette C. (1995), *Regional convergence in the European Community*, „Journal of Common Market Studies”, Vol. 33, s. 47–65.
- Olejnik A. (2008), *Using the spatial autoregressively distributed lag model in assessing the regional convergence of per-capita income in the EU25*, „Papers in Regional Science”, Wiley, 87/3.
- Olejnik A. (2012a), *Multidimensional spatial process of productivity growth in EU 22*, working paper.
- Olejnik A. (2012b), *Spatial autoregressive model – a multidimensional perspective with an example study of the spatial income process in the EU 25*, working paper.
- Ord J. K., Getis A. (1995), *Local Spatial Autocorrelation Statistics: Distributional Issues and an Application*, „Geographical Analysis”, 27.
- Pons-Novell J., Viladecans E. (1999), *Kaldor's laws and spatial dependence: evidence for the European regions*, „Regional Studies”, Vol. 33, s. 443–451.
- Rey S., Montouri B. (1999), *U.S. regional income convergence: A spatial econometric perspective*, „Regional Studies”, Vol. 33, s. 143–156.
- Rivera-Batiz F. L. (1988), *Increasing returns, monopolistic competition, and agglomeration economies in consumption and production*, „Regional Science and Urban Economics, Elsevier”, Vol. 18 (1), s. 125–153.
- Sala-i-Martin X. (1996), *The classical approach to convergence analysis*, „Economic Journal”, Vol. 106, 437, s. 1019–1036.
- Verdoorn P. (1949), *Fattori che Regolano lo Sviluppo della Produttività del Lavoro. L'Industria*, Vol. 1, s. 45–53.

Anna Alicja Olejnik

EMPIRICAL GROWTH MODELS WITH SPATIAL EFFECTS

Abstract. In recent years we can observe a number of papers concerning spatial effects and problems of incorporation of spatial dependences in regional growth models. In the context of NEG and endogenous growth theories externalities and spillover effects are considered as a main sources of spatial autocorrelation. From the regional modelling point of view we can observe the increasing role of modelling the spatial effects with economic background as a contrast to so cold *ad hoc* modelling which is still present in the literature. This type of modelling allows for better statistical description of models and at the same time for better understanding of the regional growth models.

Key words: spatial models, spatial effects, *ad hoc* modelling.