

Monika Krawiec^{*}

ANALIZA EFEKTYWNOŚCI LOKAT STRUKTURYZOWANYCH POWIĄZANYCH Z RYNKAMI TOWAROWYMI OFEROWANYCH W POLSCE

1. WSTĘP

W ciągu ostatnich lat inwestycje na rynkach towarowych przynosiły zyski porównywalne lub wyższe od tych, realizowanych na rynkach akcji. Stało się to przyczyną wzmoczonego zainteresowania inwestorów rynkami towarowym i głównym powodem inwestowania w towary. Kolejnym jest, osiągnięta za ich pomocą, dywersyfikacja portfela. Ceny i stopy zwrotu towarów wykazują zwykle ujemną lub słabą dodatnią korelację z cenami i stopami zwrotu akcji i obligacji. Trzecim ważnym powodem inwestowania w towary jest zabezpieczenie przed inflacją (ceny towarów są dodatnio skorelowane z podstawowymi wskaźnikami inflacji). Towary mogą również stanowić zabezpieczenie przed dewaluacją waluty krajowej.

Choć na rynkach towarowych wciąż dominują inwestorzy instytucjonalni, to inwestorzy indywidualni również mogą w nich uczestniczyć, ponieważ istnieje wiele różnych form inwestowania w towary, m. in: rzeczywisty zakup towaru na rynku gotówkowym lub zajęcie pozycji w kontrakcie *forward* z fizyczną dostawą towaru, zakup akcji spółek sektora towarowego, zajęcie pozycji w towarowych kontraktach *futures* i opcjach, rozliczanych gotówkowo, dla których instrumentem bazowym mogą być ceny towarów lub specjalne indeksy towarowe, oraz w towarowych kontraktach *swap*, zakup jednostek uczestnictwa wyspecjalizowanych towarowych funduszy inwestycyjnych lub tzw. ETF-ów (Exchange Traded Funds). Inną możliwością jest inwestowanie za pomocą produktów strukturyzowanych, powiązanych z rynkami towarowymi [Balarie 2007; Geman 2007; Schofield 2007].

Produkty strukturyzowane to narzędzia inwestycyjne, tworzone jako kombinacja różnych instrumentów finansowych, zależnych od przyjętego wskaźnika.

^{*} Dr, Katedra Ekonometrii i Statystyki, Wydział Zastosowań Informatyki i Matematyki, Szkoła Główna Gospodarstwa Wiejskiego w Warszawie.

Wskaźnikiem tym może być dowolna wielkość zmieniająca się w czasie. Najczęściej jest to indeks giełdowy, stopa procentowa, kurs waluty, ceny surowców, akcji lub obligacji. Istotę produktów strukturyzowanych wyrażają cztery następujące cechy, wyróżniające je spośród innych instrumentów: ochrona kapitału, która może dotyczyć części lub całości zainwestowanych środków, a także gwarantowanych odsetek (choć nie wszystkie produkty strukturyzowane zapewniają ochronę kapitału), ustalony czas inwestycji (są to zazwyczaj średnio- i długoterminowe produkty), stopa zwrotu bazująca na określonej formule, budowa oparta na jednym lub kilku instrumentach pochodnych [Majewska-Bielecka 2012: 435–446].

Produkty strukturyzowane mogą mieć bardzo złożoną budowę. Na podstawie przyjętego wskaźnika konstruuje się formułę warunkową, której spełnienie w określonym czasie jest warunkiem wypłacenia odpowiedniej kwoty rozliczeniowej. Ich emitentem mogą być banki, firmy ubezpieczeniowe, brokerzy i inne instytucje finansowe. Oferują one następujące produkty [Jagielnicki 2011]: certyfikat inwestycyjny, lokatę strukturyzowaną (inwestycyjną, indeksowaną), obligację strukturyzowaną – polisę inwestycyjną, strukturyzowany certyfikat depozytowy.

Budowa produktu strukturyzowanego zwykle pozwala na wydzielenie części bazowej, lokowanej w bezpieczne instrumenty finansowe i części ryzykownej, lokowanej w instrumenty agresywne (mogą to być kontrakty terminowe lub opcje). Taka konstrukcja pozwala na osiągnięcie pewnego poziomu rentowności przy jednoczesnym ograniczeniu ryzyka (pierwsza część lokaty zapewnia ochronę kapitału, a druga powinna wygenerować dodatkowe zyski). Taką budowę mają zazwyczaj lokaty strukturyzowane. W Polsce w 2012 r. kilka banków zaproponowało klientom lokaty strukturyzowane, powiązane z rynkami towarowymi. Celem pracy jest ocena efektywności inwestycyjnej tych produktów.

2. OPIS BADANIA

W ramach prowadzonego badania przeanalizowano produkty oferowane przez kilka banków w 2012 r. Różniły się one konstrukcją, długością okresu inwestycji i momentem startowym oraz instrumentem bazowym. Aby zapewnić porównywalność, ujednolicono czas inwestycji, ustalając go na 1 rok, a za moment startowy inwestycji przyjęto 12 lipca 2012 r. Badano następujące warianty lokat:

1. **Konstrukcja I** uzależniona od cen ropy naftowej (w USD za baryłkę). Wartość początkową ropy ustalono 12 lipca 2012 r., a wartość końcową 10 lipca 2013 r. Kwota wypłacana na koniec okresu umownego zależy od zrealizowanego scenariusza:

a) Jeśli od 12 lipca 2012 r. do 10 lipca 2013 r. cena ropy zawsze będzie poniżej bariery 175% początkowej wartości, zwrot 100% zainwestowanych środków oraz odsetki w wysokości 100% wzrostu ceny ropy w dniu 10 lipca 2013 r. w stosunku do ceny początkowej.

b) Jeśli cena ropy w okresie 12 lipca 2012 r. do 10 lipca 2013 r. będzie równa lub wyższa od bariery 175% początkowej wartości, zwrot 100% zainwestowanych środków oraz odsetki za okres umowy w wysokości 8% w skali roku.

c) Jeśli 10 lipca 2013 r. cena ropy spadnie w stosunku do ceny początkowej i w okresie od 12 lipca 2012 r. do 10 lipca 2013 r. nigdy nie będzie równa bądź wyższa od bariery 175% ceny początkowej, następuje zwrot 100% zainwestowanych środków. Oznacza to brak dodatkowego zysku.

2. **Konstrukcja II** również uzależniona od cen ropy naftowej w perspektywie rocznej. W dniu emisji i co 3 miesiące będą dokonywane pomiary ceny ropy naftowej, na podstawie których będą wyznaczane procentowe zmiany ceny w każdym okresie 3-miesięcznym (cena na koniec danego okresu do ceny na jego początku). Jeśli w którymkolwiek okresie cena wzrośnie o więcej niż 4%, jako zmianę ceny dla tego okresu, przyjmuje się 4%. Natomiast jeśli cena spadnie o więcej niż 4%, jako zmiana ceny dla takiego okresu zostaje przyjęta wartość -4% . Ostateczne oprocentowanie jest liczone jako suma zmian cen w poszczególnych okresach. Jeśli suma kwartalnych zmian będzie ujemna, inwestor otrzyma 100% zainwestowanego kapitału w chwili zapadalności inwestycji. Stopa procentowa zostanie naliczona zgodnie ze wzorem:

$$r = \max \left\{ \sum_{t=1}^4 \min \left[\max \left(\left(\frac{S_t}{S_{t-1}} - 1 \right) \cdot 100\%; X_L \right); X_U \right]; 0 \right\} \quad (1)$$

gdzie:

S_t, S_{t-1} – cena ropy odpowiednio w chwili t i $t-1$,

X_L – limit spadku ceny równy -4% ,

X_U – limit wzrostu ceny równy 4% .

Przyjęte dni obserwacji, to: 12 lipca 2012 r. ($t = 0$), 12 października 2012 r. ($t = 1$), 11 stycznia 2013 r. ($t = 2$), 12 kwietnia 2013 r. ($t = 3$), 10 lipca 2013 r. ($t = 4$).

3. **Konstrukcja III**, uzależniona od cen złota w USD za uncję, działa podobnie do konstrukcji II. Czas trwania to 12 miesięcy. Oprocentowanie za okres inwestycji jest sumą czterech kwartalnych procentowych zmian ceny złota, przy czym maksymalny kwartalny wzrost jest ograniczony do 5% , a maksymalny kwartalny spadek do -5% . Jeśli suma wszystkich kwartalnych stóp zwrotu jest

ujemna, wówczas oprocentowanie jest równe 0%. Daty obserwacji są analogiczne jak w konstrukcji II.

4. **Konstrukcja IV** jest uzależniona od cen srebra, ropy, miedzi i kukurydzy. Wszystkie towary mają jednakowy udział w koszyku. Czas trwania lokaty to 1 rok. Maksymalny zysk jest ograniczony do wysokości 10%, a ceny są sprawdzane tylko na początku i na końcu okresu inwestycyjnego.

Wszystkie cztery propozycje wykorzystują elementy konstrukcyjne opcji. W przypadku konstrukcji I – opcji barierowych, w przypadku konstrukcji II i III – opcji waniliowych lub azjatyckich, a w przypadku konstrukcji IV – opcji koszykowych. W związku z tym skonstruowano odpowiednie kontrakty i przeanalizowano wyniki, jakie przyniosłoby ich zastosowanie w porównaniu z badanymi strukturami.

Alternatywą dla konstrukcji I mogą być opcje barierowe. W przypadku wariantu (a) i (b) – niestandardowe binarne opcje barierowe, odpowiednio: *up-and-out asset-or-nothing* oraz *up-and-in cash-or-nothing*. Natomiast wariant (c) odpowiada klasycznej barierowej opcji kupna *up-and-in*. Opcje barierowe należą do opcji zależnych od trajektorii. Choć przypominają opcje standardowe, to w ich przypadku występuje dodatkowy element – bariera, od której przekroczenia przez cenę instrumentu bazowego, zależy wypłata. Generalnie, opcje barierowe dzieli się na dwie kategorie: *in* (taka opcja jest nieaktywna w chwili wystawienia kontraktu i dopiero, gdy cena instrumentu bazowego przekroczy poziom bariery – uaktywni się, a w dniu wygaśnięcia daje wypłatę analogiczną do opcji waniliowej) oraz *out* (są aktywne od chwili wystawienia kontraktu, ale jeśli cena instrumentu bazowego przekroczy barierę – dezaktywują się). Inny podział, związany z umiejscowieniem bariery, pozwala wyróżnić: opcje *up* (w ich przypadku bariera znajduje się powyżej ceny instrumentu bazowego w momencie wystawienia opcji) oraz opcje *down* (bariera znajduje się poniżej ceny instrumentu bazowego w chwili wystawienia kontraktu). Poza tym, podobnie jak opcje standardowe, opcje barierowe dzieli się na opcje kupna (dają prawo zakupu instrumentu bazowego), sprzedaży (dają prawo sprzedaży instrumentu bazowego), europejskie (można je wykonać tylko w dniu wygaśnięcia opcji) i amerykańskie (można je wykonać w dowolnym momencie w ciągu życia opcji). Proponowana jako alternatywa dla wariantu (c) konstrukcji I, opcja barierowa, to europejska opcja kupna typu *up-and-in*, którą można wycenić za pomocą formuły przedstawionej przez Hulla [2012]:

$$c_{iii} = SN(x_1)e^{-qT} - Xe^{-rT}N(x_1 - \sigma\sqrt{T}) - Se^{-qT}(H/S)^{2\lambda}[N(-y) - N(-y_1)] + Xe^{-rT}(H/S)^{2\lambda-2}[N(-y + \sigma\sqrt{T}) - N(-y_1 + \sigma\sqrt{T})] \quad (2)$$

gdzie:

$$x_1 = \frac{\ln\left(\frac{S}{H}\right)}{\sigma\sqrt{T}} + \lambda\sigma\sqrt{T} \quad (3)$$

$$\lambda = \frac{r - q + \sigma^2 / 2}{\sigma^2} \quad (4)$$

$$y = \frac{\ln\left(\frac{H^2}{S \cdot X}\right)}{\sigma\sqrt{T}} + \lambda\sigma\sqrt{T} \quad (5)$$

$$y_1 = \frac{\ln\left(\frac{H}{S}\right)}{\sigma\sqrt{T}} + \lambda\sigma\sqrt{T} \quad (6)$$

- S – cena instrumentu bazowego w chwili wystawienia opcji,
- X – cena wykonania,
- H – poziom bariery,
- T – czas do wygaśnięcia,
- σ – historyczna zmienność cen instrumentu bazowego,
- r – stopa wolna od ryzyka,
- q – stopa dywidendy.

Natomiast binarne opcje barierowe, proponowane jako alternatywa wariantu (a) i (b) konstrukcji I, stanowią bardziej zaawansowaną formę kontraktu, ponieważ łączą elementy dwóch typów opcji egzotycznych: opcji barierowych i opcji binarnych. Opcje binarne, nazywane również cyfrowymi, przyjmują dwie formy. Pierwsza z nich, to gotówka albo nic (*cash-or-nothing*), która wypłaca ustaloną sumę Q , jeśli opcja jest w cenie (w pieniądzu). Drugą formą jest opcja typu walor albo nic (*asset-or-nothing*), wypłacająca sumę równą cenie instrumentu bazowego, jeśli opcja jest w cenie (w pieniądzu). Binarne opcje barierowe również można podzielić na dwa podstawowe rodzaje: *cash-or-nothing barrier options*, które wypłacają z góry określoną sumę pieniężną albo nic, w zależności od tego czy cena instrumentu bazowego przekroczyła barierę, czy też nie oraz *asset-or-nothing barrier options*, które dają wypłatę, równą wartości instrumentu bazowego albo nic – w zależności od tego czy cena instrumentu bazowego przekroczyła poziom bariery w ciągu życia opcji. Proponowane opcje kupna *up-and-out*

asset-at-expiration-or-nothing oraz *up-and-in cash-at-expiration-or-nothing*, można wycenić, stosując wzory podane w pracy Hauga [2007]:

- *up-and-out asset-or-nothing call*:

$$\text{Value} = A_1 - A_2 + A_3 - A_4 \text{ przy } \eta = -1, \phi = 1, \quad (7)$$

gdzie:

$$A_1 = Se^{(b-r)T} N(\phi x_1) \quad (8)$$

$$A_2 = Se^{(b-r)T} N(\phi x_2) \quad (9)$$

$$A_3 = Se^{(b-r)T} (H/S)^{2(\mu+1)} N(\eta y_1) \quad (10)$$

$$A_4 = Se^{(b-r)T} (H/S)^{2(\mu+1)} N(\eta y_2) \quad (11)$$

$$x_1 = \frac{\ln(S/X)}{\sigma\sqrt{T}} + (\mu+1)\sigma\sqrt{T} \quad (12)$$

$$x_2 = \frac{\ln(S/H)}{\sigma\sqrt{T}} + (\mu+1)\sigma\sqrt{T} \quad (13)$$

$$\mu = \frac{b - \sigma^2/2}{\sigma^2} \quad (14)$$

$$y_1 = \frac{\ln(H^2/(SX))}{\sigma\sqrt{T}} + (\mu+1)\sigma\sqrt{T} \quad (15)$$

$$y_2 = \frac{\ln(H/S)}{\sigma\sqrt{T}} + (\mu+1)\sigma\sqrt{T} \quad (16)$$

b – koszty posiadania¹.

¹ Koszty posiadania dla akcji spółek niewypłacających dywidendy są równe r , dla indeksu giełdowego: $r - q$, dla walut: $r - r_f$, gdzie r_f to stopa wolna od ryzyka w kraju waluty obcej, dla towarów obciążonych kosztami magazynowania, których wysokość w stosunku do ceny gotówkowej wynosi u , są równe $r + u$ – Hull [1998].

- *up-and-in cash-or-nothing call*:

$$\text{Value} = B_2 - B_3 + B_4 \text{ przy } \eta = -1, \phi = 1, \quad (17)$$

gdzie:

$$B_2 = Qe^{-rT} N(\phi x_2 - \phi \sigma \sqrt{T}) \quad (18)$$

$$B_3 = Qe^{-rT} (H/S)^{2\mu} N(\eta y_1 - \eta \sigma \sqrt{T}) \quad (19)$$

$$B_4 = Qe^{-rT} (H/S)^{2\mu} N(\eta y_2 - \eta \sigma \sqrt{T}) \quad (20)$$

Q – z góry określona suma pieniężna.

Konstrukcje II i III można by zastąpić serią waniliowych opcji kupna o europejskim stylu wykonania, wygasających co trzy miesiące. Jednak nabycie serii pojedynczych opcji może zawyżyć koszty strategii. Alternatywą mogłoby być nabycie azjatyckiej opcji kupna z dyskretnym sposobem monitorowania cen instrumentu bazowego (w tym wypadku obserwacje cen miałyby miejsce w kwartalnych odstępach czasu). Do jej wyceny można zastosować następujący model [Levy 1997; Haug i in. 2003]:

$$C_A \approx e^{-rT} [F_A N(d_1) - XN(d_2)] \quad (21)$$

gdzie:

$$d_1 = \frac{\ln(F_A / X) + T\sigma_A^2 / 2}{\sigma_A \sqrt{T}} \quad (22)$$

$$d_2 = d_1 - \sigma_A \sqrt{T} \quad (23)$$

F_A określa się jako $E(A_T)$, zaś:

$$\sigma_A = \sqrt{\frac{\ln(E[A_T^2]) - 2\ln(E[A_T])}{T}} \quad (24)$$

$$E[A_T] = \frac{S}{n} e^{bt_1} \frac{1 - e^{bhn}}{1 - e^{bh}} \quad (25)$$

oraz

$$E[A_T^2] = \frac{S^2 e^{(2b+\sigma^2)t_1}}{n^2} \left[\frac{1 - e^{(2b+\sigma^2)hn}}{1 - e^{(2b+\sigma^2)h}} + \frac{2}{1 - e^{(b+\sigma^2)h}} \left(\frac{1 - e^{bhn}}{1 - e^{bh}} - \frac{1 - e^{(2b+\sigma^2)hn}}{1 - e^{(2b+\sigma^2)h}} \right) \right] \quad (26)$$

gdzie:

$$h = \frac{T - t_1}{n - 1} \quad (27)$$

Wypłata z opcji azjatyckiej w dniu wygaśnięcia zależy od ceny wykonania oraz średniej² z cen instrumentu bazowego, zaobserwowanych w ciągu życia opcji. Dla opcji kupna jest to:

$$\max(A_T - X; 0) \quad (28)$$

gdzie:

A_T – oznacza średnią arytmetyczną, wyznaczoną na podstawie cen instrumentu bazowego w ściśle określonych momentach.

Alternatywą dla konstrukcji IV jest nabycie koszykowej opcji kupna o europejskim stylu wykonania. Daje ona posiadaczowi prawo zakupu „koszyka” instrumentów bazowych. Zwykle w skład koszyka wchodzi instrumenty tej samej klasy, np. akcje spółek z jednej branży, waluty bliskich geograficznie krajów czy towary. Wypłata z opcji koszykowej zależy od łącznej wartości koszyka walorów. Na wartość premii wpływa kilka czynników, z których część jest taka sama, jak w przypadku opcji standardowych (wartość instrumentów bazowych, czas do wygaśnięcia opcji, stopa wolna od ryzyka, stopy dywidendy, zmienność cen instrumentów bazowych, cena wykonania), ale pojawiają się dodatkowe zmienne. Są to wagi poszczególnych instrumentów w koszyku oraz korelacja instrumentów bazowych. Wagi są ustalane arbitralnie i nie muszą być jednakowe. Tutaj, w celu zapewnienia porównywalności z konstrukcją IV, ustalono wagi równej wartości.

² Opcje azjatyckie mogą być konstruowane z wykorzystaniem średniej geometrycznej lub arytmetycznej, jednak w praktyce dominują opcje ze średnią arytmetyczną i w niniejszej pracy zastosowano ten wariant.

Do wyceny konstruowanej koszykowej opcji kupna zostanie zastosowana metoda przedstawiona przez Musielę i Rutkowskiego [1997]. Niech S_t^j dla $j = 1, 2, \dots, k$ oznacza ceny k instrumentów bazowych w czasie t dla $t \in [0, T]$. Funkcja wypłaty dla koszykowej opcji kupna wynosi wówczas:

$$f_T = \left(\sum_{j=1}^k w_j S_T^j - K \right)^+ \tag{29}$$

gdzie:

$w_j \geq 0$ – wagi j -tego waloru (instrumentu),

przy czym:

$\sum_{j=1}^k w_j = 1$, S_T^j – cena j -tego waloru w czasie T wykonania opcji,

K – cena wykonania opcji z terminem wygaśnięcia T .

Aproksymacja \hat{C}_t ceny koszykowej opcji kupna jest postaci:

$$\hat{C}_t = \left(\sum_{j=1}^k w_j S_t^j \right) \left[cF(h_+) - (\tilde{K} + c - 1)F(h_-) \right] \tag{30}$$

gdzie:

$$c = \exp \left[\left(\sum_{i,j=1}^k \rho_{ij} \tilde{w}_i \tilde{w}_j \sigma_i \sigma_j - \sum_{j=1}^k \tilde{w}_j \sigma_j^2 \right) \frac{(T-t)}{2} \right] \tag{31}$$

$$\tilde{w}_i = \frac{w_i S_t^i}{\sum_{j=1}^k w_j S_t^j} \tag{32}$$

$$\tilde{K} = \frac{e^{-r(T-t)} K}{\sum_{j=1}^k w_j S_t^j} \tag{33}$$

$$h_{\pm} = \frac{\ln c - \ln(\tilde{K} + c - 1) \pm \frac{1}{2} v^2 (T-t)}{v \sqrt{T-t}} \tag{34}$$

$$v^2 = \sum_{i,j=1}^k \rho_{ij} \tilde{W}_i \tilde{W}_j \sigma_i \sigma_j \quad (35)$$

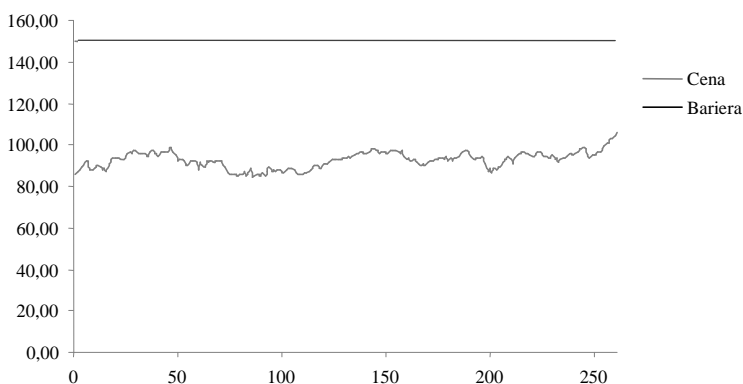
zaś:

- ρ_{ij} – jest współczynnikiem korelacji pomiędzy złożonymi w sposób ciągły stopami zwrotu walorów,
- σ_i, σ_j – to współczynniki zmienności cen.
- F – oznacza dystrybuantę standaryzowanego rozkładu normalnego.

3. WYNIKI BADAŃ

Analizę efektywności poszczególnych wariantów lokat wykonano *ex post*, wykorzystując w tym celu dzienne notowania cen towarów, dostępne na stronie internetowej Domu Maklerskiego Banku Ochrony Środowiska [www.bossa.pl]. Posłużyły one również do przygotowania parametrów niezbędnych do wyceny opcji, stanowiących alternatywę dla badanych lokat. Wykorzystane dane obejmowały okres: 12 stycznia 2012 r. – 10 lipca 2013 r.

Jako pierwszą rozpatrzono **konstrukcję I**, bazującą na cenach ropy naftowej. Wartość początkowa ceny ropy w dniu 12 lipca 2012 r. kształtowała się na poziomie 85,74 USD za baryłkę, stąd bariera 175% wartości początkowej odpowiada poziomowi 150,04≈150 USD za baryłkę. Przebieg notowań ropy w trakcie trwania lokaty i usytuowanie bariery przedstawiono na rys. 1.



Rys. 1. Notowania ropy naftowej w okresie 12.07.2012 r. – 10.07.2013 r.

Źródło: opracowanie własne.

Na podstawie rys. 1 można stwierdzić, że w ciągu trwania lokaty, cena ropy nie przekroczyła poziomu bariery. Wartość końcowa – cena ropy w dniu 10 lipca 2013 r. kształtowała się na poziomie 106,16 USD za baryłkę. Oznacza to realizację scenariusza (a), gwarantującego odsetki 23,8%, wyznaczone według formuły: $((S_t / S_{t-1}) - 1) \cdot 100\%$. Jako alternatywę scenariusza (a) skonstruowano niestandardową opcję binarną *up-and-out asset-or-nothing* o następujących parametrach wejściowych: $S = 85,74$ USD/baryłkę, $H = 150$ USD/baryłkę, $T = 1$ rok, $\sigma = 26,47\%$ (zmiennność historyczną w ujęciu rocznym wyznaczono na podstawie logarytmicznych stóp zwrotu otrzymanych na podstawie notowań w okresie pół roku przed dniem wystawienia opcji i podobną zasadę zastosowano w przypadku wszystkich konstruowanych opcji), $r = 1,07\%$ (jako stopę wolną od ryzyka przyjęto stawkę 1R LIBOR USD w dniu wystawienia opcji – 12 lipca 2012 r.). Otrzymana na podstawie wzorów (7) – (16) premia wynosiła 44,53 USD za baryłkę. W związku z tym, że w dniu wygaśnięcia opcja jest w cenie, jej posiadaczowi przysługuje wypłata równa wartości towaru bazowego (106,16 USD za baryłkę). Należy ją jednak pomniejszyć o zapłaconą premię, stąd zysk inwestora wynosi 61,63 USD za baryłkę, co stanowi 138% zainwestowanej sumy.

Odpowiednikiem niezrealizowanego scenariusza (b) mogłaby być opcja *up-and-in cash-or-nothing*. Ma ona analogiczne parametry wejściowe jak przedstawiona opcja *up-and-out asset-or-nothing* oraz dodatkowy parametr Q , oznaczający kwotę gotówki, przysługującą jej posiadaczowi, jeśli w dniu wygaśnięcia opcja będzie w cenie. W tym wypadku Q ustalono na poziomie 6,86 USD za baryłkę (8% początkowej ceny ropy). Wówczas premia oszacowana według wzorów (17) – (20) wynosi 0,19 USD za baryłkę.

Klasyczna barierowa opcja kupna typu *up-and-in*, zaproponowana jako alternatywa również niezrealizowanego scenariusza (c) konstrukcji I, ma analogiczne parametry wejściowe, jak przedstawiona opcja *up-and-out asset-or-nothing* oraz cenę wykonania $X = S = 85,74$ USD za baryłkę. Jej premia, otrzymana na podstawie wzorów (2) – (6), wynosi 1,82 USD za baryłkę.

Uwzględniając opcje, będące odpowiednikami niezrealizowanych scenariuszy (b) i (c), należy uwzględnić koszty ich nabycia, odpowiadające zapłaconym premiom. Wówczas koszt całej strategii, składającej się z trzech analizowanych opcji, wyniesie 46,54 USD w przeliczeniu na baryłkę ropy, w konsekwencji zmniejszając zysk netto inwestora do poziomu 59,62 USD za baryłkę, stanowiącego 128% zainwestowanej kwoty. Gdyby inwestor zastosował standardową roczną europejską opcję kupna z ceną wykonania $X = S = 85,74$ USD za baryłkę i premią³ 9,44 USD/baryłkę, osiągnąłby zysk $106,16 - 85,74 - 9,44 = 10,98$ USD/baryłkę, co stanowi 116% zainwestowanej kwoty.

³ Wartości premii wszystkich standardowych opcji kupna, analizowanych w pracy, wyznaczono modelem Blacka-Scholesa [1973: 637–654].

W przypadku **konstrukcji II** istotne są notowania ropy tylko w z góry ustalonych dniach. Kształtowały się one następująco: 12 lipca 2012 r. ($t = 0$): 85,74 USD za baryłkę; 12 października 2012 r. ($t = 1$): 91,75 USD za baryłkę, co oznacza 7% wzrost w stosunku do okresu poprzedniego; 11 stycznia 2013 r. ($t = 2$): 93,62 USD za baryłkę, co oznacza 2% wzrost w stosunku do okresu poprzedniego; 12 kwietnia 2013 r. ($t = 3$): 90,94 USD za baryłkę, co oznacza 3% spadek w stosunku do okresu poprzedniego; 10 lipca 2013 r. ($t = 4$): 106,16 USD za baryłkę, co oznacza 17% wzrost w stosunku do okresu poprzedniego. Wyznaczona zgodnie ze wzorem (1) stopa procentowa wynosi więc 7%.

Alternatywą może być zakup azjatyckiej opcji kupna z dyskretnym monitorowaniem cen (w tym wypadku kwartalnym). Premia takiej wystawionej w dniu 12 lipca 2012 r. i wygasającej 10 lipca 2013 r. opcji, otrzymana na podstawie wzorów (21) – (27), wynosi 6,45 USD za baryłkę. Średnia wyznaczona na podstawie cen ropy, zaobserwowanych w momentach $t = 1$, $t = 2$, $t = 3$ i $t = 4$, wynosi 95,62, stąd wypłata w dniu wygaśnięcia, wyznaczona według formuły (28) wynosi 9,88 USD/baryłkę. Po uwzględnieniu zapłaconej premii, zysk wynosi 3,43 USD/baryłkę, czyli 53% kosztu opcji. Gdyby opcję azjatycką zastąpić serią kwartalnych waniliowych opcji kupna, wystawionych odpowiednio:

- a) w chwili $t = 0$, b) w chwili $t = 1$, c) w chwili $t = 2$, d) w chwili $t = 3$,

z cenami wykonania odpowiadającymi cenie ropy w momencie wystawienia kontraktu, otrzymano by następujące wyniki:

- a) wypłata $\max(S_T - X; 0) = \max(91,75 - 85,74; 0) = 6,01$
Po uwzględnieniu premii⁴ opcyjnej w wysokości 4,57 USD/baryłkę, zysk inwestora wynosi 1,44 USD/baryłkę;
- b) wypłata $\max(S_T - X; 0) = \max(93,62 - 91,75; 0) = 1,87$
Po uwzględnieniu premii opcyjnej w wysokości 5,33 USD/baryłkę, strata inwestora wynosi 3,46 USD/baryłkę;
- c) wypłata $\max(S_T - X; 0) = \max(90,94 - 93,62; 0) = 0$
Po uwzględnieniu premii opcyjnej w wysokości 4,31 USD/baryłkę, strata inwestora wynosi 4,31 USD/baryłkę;
- d) wypłata $\max(S_T - X; 0) = \max(106,16 - 90,94; 0) = 15,22$
Po uwzględnieniu premii opcyjnej w wysokości 3,28 USD/baryłkę, zysk inwestora wynosi 11,94 USD/baryłkę.

W efekcie całej strategii, inwestor zarobiłby 5,61 USD/baryłkę, co stanowi 32% kosztu strategii. Jak już wiadomo, europejska opcja kupna wygasająca po roku przyniosłaby zysk 10,98 USD/baryłkę (116% poniesionych kosztów).

⁴ Wartości premii standardowych trzymiesięcznych opcji kupna wyznaczono modelem Blacka-Scholesa. Jako stopę wolną od ryzyka przy wycenie premii przyjęto stawki 3M LIBOR USD odpowiednio w momencie $t = 0$, $t = 1$, $t = 2$ i $t = 3$.

Konstrukcja III działa identycznie jak konstrukcja II, lecz bazuje na cenach złota, które kształtowały się następująco: 12 lipca 2012 r. ($t = 0$): 1571,8 USD za uncję; 12 października 2012 r. ($t = 1$): 1755,8 USD za uncję, co oznacza 12% wzrost w stosunku do okresu poprzedniego; 11 stycznia 2013 r. ($t = 2$): 1662,65 USD za uncję, co oznacza 5% spadek w stosunku do okresu poprzedniego; 12 kwietnia 2013 r. ($t = 3$): 1487,25 USD za uncję, co oznacza 10% spadek w stosunku do okresu poprzedniego; 10 lipca 2013 r. ($t = 4$): 1261,35 USD za uncję, co oznacza 15% spadek w stosunku do okresu poprzedniego. W związku z tym, że suma wszystkich kwartalnych stóp zwrotu jest ujemna, oprocentowanie jest równe 0.

Natomiast roczna azjatycka opcja kupna z dyskretnym monitorowaniem cen, ceną wykonania $X = S = 1571,8$ USD za uncję i premią 78,09 USD/uncję, w dniu wygaśnięcia daje wypłatę:

$$\max(A_T - X; 0) = \max(1541,76 - 1571,80; 0) = 0.$$

Inwestor poniósłby więc stratę, odpowiadającą zapłaconej premii. Seria kwartalnych opcji waniliowych, wyspecyfikowanych według analogicznych zasad jak w poprzedniej konstrukcji (II), dałaby następujące rezultaty:

- a) wypłata z opcji wystawionej w chwili $t = 0$:
 $\max(S_T - X; 0) = \max(1755,8 - 1571,8; 0) = 184$
 Po uwzględnieniu premii opcyjnej w wysokości 54,32 USD/uncję, zysk inwestora wynosi 129,68 USD/uncję;
- b) wypłata z opcji wystawionej w chwili $t = 1$:
 $\max(S_T - X; 0) = \max(1662,65 - 1755,8; 0) = 0$
 Po uwzględnieniu premii opcyjnej w wysokości 50,26 USD/uncję, strata inwestora wynosi 50,26 USD/uncję;
- c) wypłata z opcji wystawionej w chwili $t = 2$:
 $\max(S_T - X; 0) = \max(1487,25 - 1662,65; 0) = 0$
 Po uwzględnieniu premii opcyjnej w wysokości 38,44 USD/uncję, strata inwestora wynosi 38,44 USD/uncję;
- d) wypłata z opcji wystawionej w chwili $t = 3$:
 $\max(S_T - X; 0) = \max(1261,35 - 1487,25; 0) = 0$
 Po uwzględnieniu premii opcyjnej w wysokości 34,62 USD/uncję, strata inwestora wynosi 34,62 USD/uncję.

W efekcie całej strategii, inwestor zyskałby 6,36 USD/uncję, co stanowi 3,6% kosztu strategii. Natomiast europejska opcja kupna, wygasająca po roku, z ceną wykonania $S = X = 1571,8$ USD/uncję przyniosłaby stratę, w tym wypadku odpowiadającą zapłaconej premii 114,79 USD/uncję.

W przypadku **konstrukcji IV** istotne są notowania cen srebra, ropy, miedzi i kukurydzy w dniu 12 lipca 2012 r. (S_0) i w dniu 10 lipca 2013 r. (S_T). Kształtowały się one następująco:

– dla srebra $S_0 = 27,14$ USD/uncję, $S_T = 19,45$ USD/uncję, co oznacza 28% spadek,

– dla ropy $S_0 = 85,74$ USD/baryłkę, $S_T = 106,16$ USD/baryłkę, co oznacza 24% wzrost,

– dla miedzi $S_0 = 3,42$ USD/funt, $S_T = 3,09$ USD/funt, co oznacza 10% spadek,

– dla kukurydzy $S_0 = 735,13$ USD/100 buszli, $S_T = 521,75$ USD/100 buszli, co oznacza 29% spadek.

W efekcie oprocentowanie jest równe 0.

Zaproponowana, jako alternatywa, roczna koszykowa opcja kupna, opiewa na 4 analizowane towary, z których każdy ma jednakową wagę w koszyku (0,25). Ich zmienności historyczne i współczynniki korelacji przedstawiono w tab. 1.

Tabela 1

Współczynniki korelacji i zmienności historyczne towarów bazowych dla opcji koszykowej

| | Srebro | Ropa | Miedź | Kukurydza |
|--------------|--------|-------|-------|-----------|
| Srebro | 1 | . | . | . |
| Ropa | 0,39 | 1 | . | . |
| Miedź | 0,52 | 0,62 | 1 | . |
| Kukurydza | 0,14 | 0,09 | 0,15 | 1 |
| σ (%) | 28,23 | 26,47 | 22,01 | 30,02 |

Źródło: obliczenia własne.

Cenę wykonania ustalono na poziomie $K = 213$ (odpowiada w przybliżeniu średniej arytmetycznej cen towarów w dniu 12 lipca 2012 r.). Premia, otrzymana na podstawie wzorów (30) – (35), wynosi 23,20. Średnia z cen towarów, zaobserwowanych w dniu wygaśnięcia, wynosi 162,61, co oznacza, że analizowana koszykowa opcja kupna nie jest w cenie. Stąd strata inwestora odpowiadałaby zapłaconej premii. Gdyby zastosować serię rocznych standardowych opcji, wystawionych na pojedyncze towary, wyniki byłyby następujące:

– dla srebra: $C = 3,18$ USD/uncję \rightarrow w dniu wygaśnięcia opcja nie jest w cenie – strata równa zapłaconej premii,

– dla ropy: $C = 9,44$ USD/baryłkę \rightarrow w dniu wygaśnięcia opcja jest w cenie – zysk 10,98,

– dla miedzi: $C = 0,32$ USD/funt \rightarrow w dniu wygaśnięcia opcja nie jest w cenie – strata równa zapłaconej premii,

– dla kukurydzy: $C = 91,21$ USD/100 buszli \rightarrow w dniu wygaśnięcia opcja nie jest w cenie – strata równa zapłaconej premii.

Cała strategia generuje stratę 83,73 USD. Jest ona wyższa o ponad 60 USD od kosztu nabycia opcji koszykowej.

4. PODSUMOWANIE

Obserwowany w ostatnich latach wzrost cen na rynkach towarowych, przyciągnął uwagę inwestorów indywidualnych także w Polsce. Banki odpowiadając na to wzmożone zainteresowanie, rozszerzyły swoją ofertę o instrumenty powiązane z rynkami towarowymi, m. in. lokaty strukturyzowane. Celem niniejszej pracy była analiza efektywności takich instrumentów. W związku z tym, że wykorzystują one elementy konstrukcyjne opcji, dla porównania przeanalizowano wyniki, jakie przyniosłoby zastosowanie samych opcji. W porównaniu z omawianymi lokatami strukturyzowanymi, opcje są atrakcyjne ze względu na fakt, że w ich przypadku zysk inwestora jest teoretycznie nieograniczony. W razie korzystnych dla inwestora ruchów cen, stwarza to szansę większych zysków. Jednak z każdym kontraktem opcyjnym wiąże się konieczność zapłacenia premii – mamy więc do czynienia z kosztem początkowym inwestycji. Jeśli ceny zachowują się niezgodnie z oczekiwaniami inwestora, lub korzystna zmiana nie jest dostatecznie duża, aby pokryć koszty zapłaconej premii, inwestor poniesie straty, lecz nie większe niż kwota premii, która zwykle stanowi kilka procent wartości instrumentu bazowego. Co więcej, niestandardowe kontrakty opcyjne zazwyczaj mają premie niższe od opcji waniliowych o analogicznych parametrach, co podnosi ich atrakcyjność.

Spośród analizowanych lokat strukturyzowanych, sprawdziły się wyłącznie te, uzależnione od cen ropy (potwierdza to opinię wyrażoną przez Jagielnickiego [2011], że tzw. „struktury” mają często warunki trudne do spełnienia). Najwyższy zysk⁵ przyniosłoby zastosowanie strategii w postaci kombinacji opcji barierowych na ropę. Lokata uzależniona od cen złota nie dała oczekiwanego efektu, podobnie jak będąca dla niej alternatywą opcja azjatycka i standardowa opcja europejska z rocznym czasem do wygaśnięcia. W tym przypadku zysk przyniosłoby zakup serii opcji standardowych, wygasających w kolejnych kwartałach. Natomiast ani lokata, uzależniona od cen czterech towarów (srebra, ropy, miedzi i kukurydzy), ani opcja koszykowa wystawiona na te towary, ani kombinacja pojedynczych opcji (każda na inny składnik koszyka) nie przyniosłoby zysku.

⁵ W analizach założono zerowe koszty transakcji, a przedstawione zyski podlegałyby opodatkowaniu tzw. podatkiem Belki.

BIBLIOGRAFIA

- Balarie E., 2007, *Commodities for Every Portfolio*, John Wiley & Sons Inc., Hoboken, New Jersey.
- Black F., Scholes M., 1973, *The pricing of options and corporate liabilities*, „Journal of Political Economy”, vol. 81.
- Geman H., 2007, *Commodities and Commodity Derivatives*, John Wiley & Sons Inc., West Sussex.
- Haug E. G., 2007, *Option Pricing Formulas*, McGraw-Hill, New York.
- Haug E., Haug J., Margrabe W., 2003, *Asian pyramid power*, Wilmott Magazine.
- Hull J., 1998, *Kontrakty terminowe i opcje*, WIG-Press, Warszawa.
- Hull J., 2012, *Options, Futures, and Other Derivatives*, Prentice Hall, Boston.
- Jagielnicki A., 2011, *Inwestycje alternatywne*, Wydawnictwo Helion, Gliwice.
- Levy E., 1997, *Asian options. Exotic Options: The State of the Art*, International Thomson Business Press, Washington, DC.
- Majewska-Bielecka D., 2012, *Charakterystyka alternatywnych instrumentów inwestycyjnych*, „Zeszyty Naukowe Uniwersytetu Szczecińskiego”, nr 689, pt. Finanse, Rynki finansowe, Ubezpieczenia nr 50.
- Musiela M., Rutkowski M., 1997, *Martingale Methods in Financial Modeling*, Springer-Verlag, Berlin.
- Schofield N. C., 2007, *Commodity Derivatives*, John Wiley & Sons Inc., West Sussex.

Monika Krawiec

**ANALIZA EFEKTYWNOŚCI LOKAT STRUKTURYZOWANYCH POWIĄZANYCH
Z RYNKAMI TOWAROWYMI OFEROWANYCH W POLSCE**

W ostatnich latach obserwowano zwiększone zainteresowanie inwestorów rynkami towarowymi, również w Polsce. Inwestowanie w towary umożliwiają różne narzędzia: zakup fizyczny towaru lub akcji firm, powiązanych z branżą towarową, kontrakty *forward*, *futures*, *swap*, opcje, ETF lub lokaty strukturyzowane, powiązane z rynkami towarowymi. W związku z tym, że w 2012 r. w Polsce kilka banków oferowało takie lokaty, celem pracy była analiza ich efektywności z punktu widzenia inwestora indywidualnego. Ponieważ instrumenty te wykorzystują elementy konstrukcyjne opcji, zbudowano i przeanalizowano opcje (barierowe, azjatyckie, koszykowe i standardowe), będące alternatywą dla badanych lokat. Spośród rozpatrywanych lokat, w badanym okresie, zysk przyniosły tylko te, uzależnione od cen ropy. Jednak najwyższy zysk przyniosłaby zaproponowana kombinacja opcji barierowych wystawionych na ropę naftową.

**AN ANALYSIS OF PROFITABILITY OF COMMODITY-LINKED STRUCTURED
TIME DEPOSITS OFFERED IN POLAND**

Recent years have witnessed increased investors' interest in commodity markets also in Poland. Investment in commodities is possible through various vehicles: purchase of a physical commodity or a commodity-related stock, forward and futures contracts, options, swaps, exchange traded funds, and commodity-linked structured time deposits. As in 2012 in Poland, several banks offered such deposits, the paper aims at evaluating their profitability from an investor perspective. As those instruments use some elements typical for options, there were created and studied some options (barrier, Asian, basket, standard) constituting alternatives for the deposits. From the set of analyzed time deposits, only those linked to oil prices appeared to be profitable in the considered period. However, the highest profit would be produced by the combination of barrier options on crude oil.